Analisis de bifurcación discontínua en suelos no saturados

Ricardo Schiava & Guillermo Etse Universidad Nacional de Santiago del Estero, Santiago del Estero, Santiago del Estero, Argentina



ABSTRACT

In this work an analysis of failure condition in partially saturated soils appears using the extended MRS Lade model is presented. The elastoplastic constitutive model is based on an extension of the well-know MRS Lade model by Sture et al., whereby the suction and effective stress tensor are introduced as additional independent and dependent component stress components, respectively. The condition for discontinuous bifurcation in elastoplastic partially saturated porous media as well as the localized failure predictions of the proposed material formulation for different suctions are also analyzed and discussed. The localization analysis performed with the model demonstrates that the increment of the suction is related to a destabilizing effect as discontinuous bifurcation in the form of localized failure take place instead of diffuse or continuous failure modes.

RÉSUMÉN

En este trabajo se presenta el análisis de la condición de falla en suelos parcialmente saturados empleando el modelo extendido de MRS Lade. Este modelo constitutivo elastoplástico es una extensión del conocido modelo de MRS Lade, donde la succión y el tensor de tensiones efectivo se introducen como componentes adicional independiente y dependiente, respectivamente. Se analiza y discute la condición de bifurcación discontínua en medios porosos parcialmente saturados y las predicciones de falla de la formaulación material para distintas succiones. El análisis de localización demuestra el efecto de desestabilización que produce el incremento de la succión en la bifurcación discontínua de un modo de falla difusa a falla contínua.

1 INTRODUCCION

El acoplamiento intrínseco hidro-mecánico en medios porosos parcialmente saturados y la presencia de la succión en las ecuaciones constitutivas afecta fuertemente a los indicadores de localización de falla. Como consecuencia de ello la solución de la bifurcación discontinua, en términos de los estados tensionales y de succión críticos que conllevan a la pérdida de unicidad, particularmente en régimen de prepico, como también las direcciones críticas dependen no solo de las propiedades mecánicas no lineales de la formulación material, por ejemplo, función de fluencia, no asociatividad y ley de evolución de las variables de endurecimientoablandamiento. sino también de las condiciones hidráulicas durante la historia de deformación.

El comportamiento de los medios porosos parcialmente saturados se describe mediante un modelo constitutivo elastoplástico adoptándose dos variables independientes del estado de tensiones la succión de matriz $s = \oint_a - p_w$, y el tensor de tensión neta $\sigma_n = \sigma - I p_a$, como se aplica en el modelo de Sheng et al. (2004), donde σ es el tensor de tensiones totales, p_w la presión de agua en poros, p_a la presión de aire e I el tensor identidad de segundo orden.

El tensor de tensión denominado "constitutivo" σ' , para diferenciarlo del concepto de presión efectiva de Terzaghi, viene dado por

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{I} \dot{\boldsymbol{p}}_{w} = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{n} + \boldsymbol{I} \dot{\boldsymbol{s}}$$
[1]

2 FORMULACIÓN GENERAL CONSTITUTIVA ELASTOPLASTICA

Partiendo de las relaciones constitutivas generales de la teoría de la plasticidad para deformaciones infinitesimales, con ley de fluencia no asociada y asumiendo la descomposición aditiva del tensor de deformación total en sus partes elástica $\mathbf{\epsilon}_{e}$ y plástica

 $\boldsymbol{\epsilon}_{p}$, según la teoría de Prandtl-Reus

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= \boldsymbol{\varepsilon}_{e} + \boldsymbol{\varepsilon}_{p} \quad [2] \\ \boldsymbol{\sigma}' &= \mathbf{E} : \left(\boldsymbol{-\varepsilon}_{p} \right) \quad [3] \\ \boldsymbol{\phi}' &- \boldsymbol{\sigma}'_{o} \quad \mathbf{A} : \boldsymbol{\varepsilon}_{p} \geq 0, \forall \ \boldsymbol{\sigma}'_{o} \in \boldsymbol{B} \quad \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{\kappa} \quad [4] \\ \boldsymbol{\kappa} &= h(\boldsymbol{\varepsilon}_{p}) \quad [5] \end{aligned}$$

Donde **E** es el tensor constitutivo de cuarto orden, $\mathbf{\hat{\epsilon}}_{p}$ representa la porción plástica de la tasa del tensor de deformaciones totales $\mathbf{\hat{\epsilon}}$ y la función h es un vector homogéneo de primer grado.

La Ec. 4 representa el segundo postulado de Drucker que define la estabilidad local del comportamiento de un punto de un sólido sometido a un estado tensodeformacional y que en el problema no lineal está relacionado con el axioma de máxima disipación plástica. La forma variacional de la regla de flujo no asociada de la Ec. 4 se expresa en forma de tasas con la condiciones de Kuhn-Tucker

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p} = \sum_{i}^{U} \dot{\lambda}_{i} \mathbf{m}_{i}^{\sigma} \qquad \dot{\lambda}_{i} \ge \mathbf{O} \quad \mathbf{F}_{i} \, \lambda_{i} = 0 \, [6]$$

Donde los tensores de segundo orden $\mathbf{m}^{\sigma} = \frac{\partial Q}{\partial \sigma'}$ y

 $\mathbf{n}^{\sigma} = \frac{\partial F}{\partial \sigma'} \qquad \text{representan el gradiente de la función de}$

potencial plástico Q_i y de la función de fluencia F_i respecto a las tensiones constitutivas, respectivamente.

2.1 Condición de consistencia

La condición de consistencia para carga plástica viene dada por

$$\dot{\mathbf{F}} = \mathbf{n}_i^{\sigma} : \dot{\sigma}' + n_i^s \ \dot{s} + \mathbf{r}_i \ \dot{\kappa} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, U[7]$$

Donde $n_i^s = \frac{\partial F_i}{\partial s}$ describe la evolución del gradiente

de la función de fluencia con la succión y $\mathbf{r}_i = \frac{\partial F_i}{\partial \kappa_i}$ el

gradiente de la función de fluencia respecto a las variables de endurecimiento.

Reemplazando Ec. 3 en Ec. 7 se obtiene la expresión explícita del multiplicador plástico

$$\hat{\lambda}_{i} = \frac{\mathbf{n}_{i}^{\sigma} : \mathbf{E} : \hat{\mathbf{e}} + n_{i}^{s} \dot{s}}{\mathbf{n}_{i}^{\sigma} : \mathbf{E} : \mathbf{m}_{i}^{\sigma} - \boldsymbol{r}_{i} \boldsymbol{h}_{i}}$$
[8]

Y sustituyendo la Eq 8 en la regla de flujo se obtiene la ecuación constitutiva

$$\dot{\sigma}' = \mathbf{D}_{\mathbf{e}\mathbf{p}} : \dot{\varepsilon}'$$
 [9]

En esta última ecuación se ha introducido la tasa de deformaciones extendidas que incluye el tensor de deformaciones totales y la succión

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ s \boldsymbol{I} \end{pmatrix}$$
[10]

Resultando el operador material

$$\mathbf{D}_{\mathbf{e}\mathbf{p}} = \left(\mathbf{E}_{\mathbf{e}\mathbf{p}} \quad \mathbf{E}_{\mathbf{s}} \right)$$
[11]

con

$$\mathbf{E}_{ep} = \mathbf{E} - \sum_{i=1}^{U} \left[\frac{\mathbf{E} : \mathbf{m}^{\sigma} \otimes \mathbf{n}^{\sigma} : \mathbf{E}}{\mathbf{n}^{\sigma} : \mathbf{E} : \mathbf{m}^{\sigma} + \mathbf{H}} \right]_{i}$$
[12]

$$\mathbf{E}_{s} = -\sum_{i=1}^{U} \left[\frac{\mathbf{E} : \mathbf{m}^{\sigma} \otimes n^{s} \mathbf{I}}{\mathbf{n}^{\sigma} : \mathbf{E} : \mathbf{m}^{\sigma} + \mathbf{H}} \right]_{i}$$
[13]

Finalmente se obtiene la evolución del tensor de tensión total

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + \boldsymbol{I} \, \dot{\mathbf{p}}_{w} \begin{cases} Caso \ general & \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}_{ep} : \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\xi} \, \boldsymbol{I}_{sym} + \mathbf{E}_{s} \\ Si \ \dot{\mathbf{p}}_{a} = 0 \rightarrow & \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}_{ep} : \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\xi} \, \boldsymbol{I}_{sym} + \mathbf{E}_{s} \end{cases} \mathbf{I} \, \dot{\mathbf{p}}_{w} \\ Si \ \dot{\mathbf{p}}_{a} = \boldsymbol{p}_{w} = 0 \rightarrow \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}_{ep} : \boldsymbol{\varepsilon} \end{cases}$$

$$[14]$$

En la formula se observa la influencia de la succión sobre el valor de la tensión total, expresado por medio de un tensor denominado de succión $E_{\rm e}$ que se añade al

tensor elastoplástico clásico $\mathbf{E}_{_{\mathrm{ep}}}$.

3 MODELO CONSTITUTIVO

El modelo constitutivo elastoplástico para medios cohesivos granulares parcialmente saturados empleado, es una extensión de modelo de cono y capa conocido como MRS-Lade. El modelo MRS-Lade es un modelo desarrollado en la Universidad de Colorado por Macari-Pascualino, Runneson y Sture (Sture et al. 1989, Jéremic y Sture, 1994, Macari et al. 1997), el cual es un posterior desarrollo del modelo de tres invariantes propuesto por Lade (1972, 1989), para suelos no cohesivos. El modelo extendido de MRS-Lade se formula en el espacio de tres invariantes de tensiones y en el que se adiciona la succión como una variable tensional adicional.

La formulación del modelo se orienta en general a suelos parcialmente saturados, comprendiendo aquellos suelos que dentro de la clasificación unificada se distinguen como arcillas de plasticidad media (CL), limos inorgánicos (ML), arcillas limosas y limos arcillosos (CL-ML), mezclas de ellos con contenidos variables de arenas muy finas y a las arenas limo arcillosas (SM-SC), es decir suelos cohesivos-friccionales.

Dentro de estos tipos de suelos, se encuentran los loess con características colapsables que son los causantes de graves daños en distintos tipos de estructuras y en la infraestructura hidráulica y vial.

Para simular el complejo comportamiento de los medios porosos parcialmente saturados el modelo adopta las siguientes hipótesis:

- Superficies de fluencia tipo cono-capa, una superficie curva cuadrática "aplanada" correspondiente al cono que se intersecta con otra superficie curva también cuadrática de capa en el plano meridiano.
- Las variables de endurecimiento y ablandamiento de ambas superficies evolucionan con el trabajo plástico de disipación.
- Regla de flujo no asociada volumétrica en la región del cono ó de baja presión de confinamiento y asociada en la región de capa de alto confinamiento.

- Regla de flujo asociada en el plano desviatórico en la región del cono.
- Dependencia de la superficie de fluencia de la succión a través de la curva Carga-Colapso (L.C., Loading-Collapse), de acuerdo con Gens (1995), Schrefler y Bolzon (1997).
- Dependencia de la superficie de fluencia en la región de cono del tercer invariante de tensiones, confiriendo a la misma una forma no circular en su representación desviatórica.

La función de fluencia se expresa como

$$F_{\text{cono}} \mathbf{\phi}_{n}, q, \theta, s, \kappa_{\text{cono}} = f \mathbf{q}, \theta - \eta \mathbf{c}_{\text{cono}} p_{n} + s - p_{c} = 0$$
[15]

Con

$$f \mathbf{q}, \theta = q \left(1 + \frac{q}{q_a} \right)^m g \mathbf{q}$$

$$\mathbf{p}_a = \mathbf{r}_{pa} s$$
[16]

Donde m es una constante del material que controla la curvatura del cono en el plano meridiano $\mathbf{\Phi}_n$, \mathbf{q}_{j} , \mathbf{q}_a es la tensión desviadora de referencia, η el ángulo de fricción interna definido en función del parámetro de endurecimiento κ_{cono} , p_c la cohesión del material expresada en función de la succión y \mathbf{r}_{pc} una constante del material.



Figura 1. Superficie de fluencia del modelo extendido de MRS-Lade

Los invariantes están dados por

$$p_{n} = -\frac{I_{1n}}{3}$$

$$q = \sqrt{3J_{2D}}$$
[18]

$$\cos 3\,\theta = \frac{3\sqrt{3} \ J_{\rm 3D}}{2 \ \sqrt{(J_{\rm 2D})^3}}$$

Siendo p_n la presión volumétrica neta, I_{1n} es el primer invariante del tensor de tensiones netas, q el invariante desviatórico, J_{2D} y J_{3D} el segundo y tercer invariante de tensiones netas desviatórico, respectivamente y θ el ángulo de Lode.

En Figura 1 se muestra la superficie de fluencia del modelo extendido de MRS-Lade en el espacio de tensiones.

4 CONDICION DE BIFURCACION DISCONTINUA

En esta sección se analiza los modos de la condición de falla localizada en la forma de bifurcación discontinua. El análisis de la localización se basa en la condición de propagación de ondas acústicas planas en sólidos, de acuerdo con Thomas (1961) y Hill (1962).

Consideramos un sólido homogéneo, sometido a un proceso de carga cuasi-estático monótono creciente en deformaciones infinitesimales, sobre el que se estudia la localización de deformaciones y bifurcación de la respuesta.

Cuando ocurre una singularidad de segundo orden en el campo de las deformaciones, se tiene una discontinuidad débil, aun cuando el campo de la tasa de desplazamientos permanezca continuo.

$$\mathbf{u} = \mathbf{\dot{u}}^{+} - \mathbf{\dot{u}}^{-} = 0$$
[19]
$$\nabla_{x} \mathbf{\dot{u}} = \nabla_{x} \mathbf{\dot{u}}^{+} - \nabla_{x} \mathbf{\dot{u}}^{-} \neq 0$$
[20]

Considerando el Teorema de Maxwell (1873), de condición de compatibilidad, la condición de "salto" del gradiente de la velocidad de la Ec. 20 se escribe

$$\nabla_x \mathbf{\dot{u}} = \dot{\gamma} \, \mathbf{\vec{M}} \otimes \mathbf{\vec{N}}$$
 [21]

donde $\overline{\mathbf{M}}$ es el vector unitario que determina la dirección del salto , $\overline{\mathbf{N}}$ el vector unitario normal a la superficie de discontinuidad y $\dot{\gamma}$ la magnitud escalar del salto.

Según la definición del continuo clásico, el salto de la tasa del tensor de deformaciones será

$$= 7^{\text{sim}} \mathbf{\dot{u}}$$
[22]

De acuerdo al lema de Cauchy, en la condición de equilibrio del contorno, el salto de la tasa del vector de tracción permanece continuo a través de la superficie de singularidad en el interior del sólido. La condición de equilibrio, teniendo en cuenta la simetría del tensor

$$\mathbf{E}_{ijkl}^{\mathrm{T}} = \mathbf{E}_{jilk}^{\mathrm{T}} \text{, toma la forma}$$

$$\mathbf{P}_{ep}^{-} = \mathbf{N} : \mathbf{P}_{ep}^{-} = \dot{\gamma} \mathbf{Q}_{ep} \cdot \mathbf{M} = \mathbf{\vec{0}}$$
[23]

$$Con \quad \mathbf{Q}_{ep} = \mathbf{\bar{N}} \cdot \mathbf{E}_{ep} \cdot \mathbf{\bar{N}}$$
[24]

Para no tener una solución trivial, se define la condición de bifurcación discontinua en función del tensor de localización cuando su determinante es nulo

det
$$\mathbf{Q}_{ep} = 0$$
 [25]

Esta última ecuación representa la condición de localización en medios parcialmente saturados admitiendo continuidad en campo hidráulico, que coincide con la formulación en continuos clásicos.

En el caso general el campo cinemático y el tensor material se extienden por efecto del flujo hidráulico, que en la presente formulación se tiene en cuenta mediante la succión. Considerando que ambos lados de la superficie donde se produce la discontinuidad están en estado de carga plástica, y admitiendo la existencia de un salto en el campo de las tasas de succiones, el salto de la tensión total será

Donde, llamamos $\dot{\gamma}_u$ y $\dot{\gamma}_s$ a la magnitud escalar del salto del gradiente de la velocidad y de la succión respectivamente.

De acuerdo al lema de Cauchy el salto de la tasa del vector de tracción permanece continuo a través de la superficie de singularidad en el interior del sólido. La condición de equilibrio toma la forma

$$\mathbf{P}_{s}^{-} = \mathbf{\tilde{N}}: \mathbf{P}_{s}^{-} = \dot{\gamma}_{u} \mathbf{Q}_{ep} \cdot \mathbf{\tilde{M}} + \dot{\gamma}_{s} \mathbf{Q}_{s} \cdot \mathbf{\tilde{M}} = \mathbf{\vec{0}}$$
$$\mathbf{Q}_{s} = \mathbf{\tilde{N}} \cdot (\mathbf{I}_{sym} - \mathbf{E}_{s}) \cdot \mathbf{\tilde{N}}$$
[27]

La condición de localización es

det
$$\mathbf{Q}_{ep} = 0$$
 [28]
det $\mathbf{Q}_{ep} = 0$

Estas condiciones, que pueden darse por separado ó simultáneamente, representan la condición de localización general en la presente formulación para medios porosos parcialmente saturados.

5 PREDICCIONES DEL MODELO

Las soluciones de la bifurcación discontinuas ó localización del modelo desarrollado para medios porosos parcialmente saturados, se analizan para diferentes caminos de tensiones e historias de deformaciones. En particular se discute la influencia de la succión sobre dicho comportamiento. Los análisis numéricos en esta sección se focalizan en los ensayos de deformación plana pasiva (PSP), deformación plana activa (PSA) y de compresión simple axial simétrico (ASS).

Todos los ensayos numéricos señalados anteriormente se ejecutan a nivel constitutivo material en modo de control mixto.

Considerando en un medio continuo elásticoperfectamente plástico una deformación homogénea y asumiendo que la respuesta constitutiva es descrita por la función de fluencia F y de potencial plástico Q, y que

 E^{e}_{iikl} indica las componentes del tensor tangencial

elástico que posee las propiedades de simetría mayor y menor, así como definido positivo. Podemos identificar dos modos de inestabilidad por bifurcación en la banda de corte: bifurcación continua ó fuerte y bifurcación discontinua ó débil.

En la bifurcación continua, se supone que el continuo esta en fluencia plástica de ambos lados de la banda en el inicio de la inestabilidad; en la bifurcación discontinua se considera que dentro de la banda existe fluencia plástica y fuera de ella en descarga elástica.

Estos dos modos de bifurcación han sido identificados por Rudnicki y Rice (1975) y Rice y Rudnicki (1980). En el marco del concepto de fisura difusa (smeared crack), los modos de falla localizada están relacionados con bifurcaciones discontinuas del equilibrio y conducen a la pérdida de la elipticidad de las ecuaciones que gobiernan el equilibrio estático de acuerdo con Ottosen y Runesson (1991) y Willam y Etse (1990).

5.1 Ensayos de deformación plana pasiva (PSP) con tensión constante

La Figura 2 indica la condición de localización, para un valor de la tensión $\sigma = cte = -172 \ \textbf{kPa}$, en forma de det \mathbf{Q}_{ep} , obtenida numéricamente, para la carga máxima en ensayo de deformación plana pasiva (PSP). Se observa que el tensor de localización permanece positivo para la condición de succión mínima de *s*= 10 kPa, mientras que para succión de 100 kPa y 400 kPa se verifica la condición de localización, con ángulos de $\theta = 59^{\circ}$ y $\theta = 56^{\circ}$ respectivamente.

Es decir que el ángulo de la dirección crítica de localización disminuye al aumentar la succión, lo que se corresponde con los ensayos experimentales que al aumentar la succión el ángulo de fricción se incrementa. De la simulación numérica surge que la desestabilización de \boldsymbol{Q}_{s} se manifiesta para un espectro mayor de direcciones posibles con el decremento de la succión, lo cual es razonable.



Figura 2. Localización en PSP con succión variable

5.2 Ensayos de deformación plana pasiva (PSP) con tensión variable

Para una succión *s*= 400 kPa se verifica la condición de localización para confinamiento variable. En la Figura 23se grafica la condición de localización en tensión pico, para valores de la presión de confinamiento $\sigma_1 = -172 \ kPa$, -1892 kPa, -2172 kPa, -3172 kPa y -3672 kPa, verificándose que la condición det $\mathbf{Q}_{ep} = 0$ ocurre hasta una presión de confinamiento de $\sigma_1 = -3172 \ kPa$ con un ángulo de $\theta = 58^\circ$. Se verifica que, con excepción del caso de máximo confinamiento $\sigma_1 = -3672 \ kPa$, la condición de localización en resistencia pico se verifica en los otros tres casos.

Es decir el aumento del confinamiento conduce a la supresión de la condición de localización y para una presión de confinamiento elevada de $\sigma_1 = -3.672 \ kPa$ la falla comienza a ser difusa.

Por otro lado, en la Figura 4 se indica el sector sobre la superficie de fluencia de la formulación teórica en el espacio p-q donde se produce localización y el ángulo correspondiente, para el ensayo en PSP y para una succión de s= 400 kPa.

5.3 Ensayos de deformación plana activa (PSA) con succión variable

En la Figura 5 se indica la condición de localización para carga máxima en el ensayo PSA. Los ensayos numéricos que se indican a continuación se realizaron para un valor de la tensión $\sigma = cte = -172 \ kPa$.



Figura 3. Localización en PSP para confinamiento variable



Figura 4. Angulo de localización sobre la superficie de fluencia

Se observa que la condición de falla localizada ó difusa tanto como la dirección crítica depende del grado de saturación.

En este caso de estado de deformación plana activa, se evidencia una disminución del efecto de la succión, alcanzando la condición de localización con singularización del tensor acústico hasta valores bajos de succión (100 kPa) y una falla difusa para la condición de suelo saturado.

Los valores del ángulo crítico se pueden comparar con los obtenidos por D. Peric (1990) para el modelo MRS-Lade, observándose la fuerte influencia que sobre el mismo ejerce la condición de humedad del suelo que pone en evidencia el modelo extendido desarrollado.



Figura 5. Localización en PSA para confinamiento constante

5.4 Ensayos de compresión uniaxial (ASS)

En la Figura 6 se grafica la condición de localización del modelo propuesto para el ensayo de compresión uniaxial y con condiciones de succión del material variable de s = 10 kPa, s = 100 kPa y s = 400 kPa.

Además, en dicha figura se ha incorporado también el resultado de la condición de localización para el modelo MRS-Lade para el estado de tensión ó resistencia pico del ensayo de compresión uniaxial. El mismo, es coincidente con los resultados obtenidos por D. Peric (1990), que muestran que el modelo clásico MRS-Lade no indica falla localizada para esta condición de ensayo.

En el caso del modelo extendido de MRS-Lade, se puede observar la influencia de la succión en el comportamiento de falla del material y para la tensión pico se alcanza la localización en el caso de elevada succión s = 400 kPa, con un ángulo crítico $\theta = 61^{\circ}$.



Compresión uniaxial en tensión pico

Figura 6.Localización en compresión uniaxial

Los análisis predictivos del modelo propuesto demuestran su capacidad para reproducir las más relevantes formas de respuestas del comportamiento de los suelos parcialmente saturados.

Por otro lado, el análisis de la condición de localización indica también que el nivel de succión produce una desestabilización en el criterio de bifurcación y modifica la forma de la falla de difusa a localizada.

6 CONCLUSIONES

El análisis realizado indica que el estado de tensiones y la configuración de la carga tienen un rol importante en el fenómeno de localización de medios porosos parcialmente saturados.

Los resultados demuestran la influencia relevante de la succión en el modo y en la dirección crítica de falla.

También surge que, al ser $\det \mathbf{Q}_{_{ep}} < 0$ en la tensión

máxima, significa que la primera desestabilización y bifurcación discontinua ocurre en prepico ó régimen de endurecimiento.

El modelo propuesto predice localización en régimen de endurecimiento para succión elevada en el ensayo de compresión uniaxial (ASS).

Para las condiciones en los ensayos de deformación plana sea activa ó pasiva se demuestra la influencia de la succión sobre la condición de localización, su dirección crítica y el nivel de deformación a la que ocurre.

Se deduce que la condición de localización en suelos parcialmente saturados requiere de la consideración del

tensor $\boldsymbol{Q}_{\scriptscriptstyle S}$ que tiene en cuenta la posibilidad de saltos

en el campo de presiones de poros. Además, el análisis implica que al haber falla localizada, o sea la formación de discontinuidades espaciales débiles, con salto en el campo de la tasa de deformaciones a lo largo de una superficie de discontinuidad, debe producir necesariamente en la masa del suelo un salto de la tasa de la relación de vacíos hacia ambos lados, lo que induce indefectiblemente un salto de las tasas de la relación entre la presión del agua y la del aire es decir un salto en la tasa de succión.

REFERENCIAS

- Hill R. J. 1962. Acceleration Waves in Solids. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 10: 1-16.
- Peric D. 1990. Localized deformation and failure analysis of pressure sensitive granular materials. Ph.D. Thesis. University of Colorado at Boulder.
- Rudnicki J.W. and Rice J.R. 1975 Conditions for the localization of deformation in pressure sensitive dilatant materials *J. Mech. Phys. Solids*, 23: 371-394.
- Schiava R. y Etse G. 2006. Constitutive Modelling and Discontinuous Bifurcation Assessment in Unsaturated Soils. *Journal of Applied Mechanics, ASME*, 73(6): 1039-1044.
- Schrefler B. and Bolzon G. 1997. Compaction in gas reservoirs due to capillary effects. *Computational Plasticity, Plasticity approaches geotechnics,* CIMNE, 1625-1630.
- Sheng D., Sloan S. y Gens A. 2004. A constitutive model for unsaturated soils: thermomechanical and computational aspects. *Computational Mechanics* 33(6): 453-465.

- Sture S., Runesson R. and Macari E. 1989. Analysis and calibration of a three invariant plasticity model for granular materials. *Ingenieur Archive*, 59: 253-266.
- Thomas T. 1961. *Plastic Flow and Fracture in Solids*. Academics Press. New York. 1961.
- Willam K. and Etse G. 1990. Failure assessment of the extended Leon model for plain concrete. In *SCI-C Conf., Zell and See, Austria*, II: 851–870. Pineridge Press Swansea, UK.