

# Método probabilista de diseño geotécnico. Aplicación al diseño de cimentaciones superficiales en suelos cohesivos

Dr.C. Ing. Armando Jesús Martínez Rodríguez  
*Empresa de Diseño y Servicios de Ingeniería. Santa Clara, Villa Clara.  
Cuba.*

Dr. Sc. Ing. Gilberto Quevedo Sotolongo  
*Centro de Investigación y Desarrollo de las Estructuras y los Materiales.  
Universidad Central de Las Villas. Santa Clara, Villa Clara, Cuba.*



## ABSTRACT

A methodology to carry out a process of stochastic modelling in the calculation of the bearing capacity of a strip footing, on a purely cohesive soil, is proposed. The mentioned modelling is based on the application of Monte Carlo Simulation, which is more efficient, in terms of results, than classic procedures using deterministic models. These results will be the base for the application of a probabilistic design method, specifically the safety theory, starting by a statistical characterization of every random variables that impact in the problem, and it defines, as a final result, a safety level for the structure. This value will be the nearest to required safety in first limit state design. By this way it is established the design point of the structure according to safety design condition.

## RESUMEN

Se propone el uso de una metodología para llevar a cabo un proceso de modelación estocástica en el cálculo de la capacidad de carga de una cimentación corrida, apoyada sobre un suelo puramente cohesivo. La citada modelación se basa en la aplicación del Método de Simulación de Monte Carlo, con el cual se obtienen resultados mucho más eficientes que los alcanzados empleando modelos deterministas. Tales resultados serán la base para la aplicación de un método de diseño de naturaleza probabilista, específicamente la teoría de seguridad, el cual parte de una caracterización estadística de cada una de las variables que inciden en el problema, en este caso consideradas como aleatorias, y define como resultado final, un cierto nivel de seguridad para la estructura. Este valor será el más cercano posible a la seguridad requerida en el diseño por el primer estado límite. De esta manera queda establecido el punto de diseño de la estructura de acuerdo a la condición de diseño por seguridad.

## 1 INTRODUCTION

En los últimos años se han llevado a cabo numerosas investigaciones encaminadas al estudio de la seguridad de las obras, aplicándose métodos probabilísticos de diseño. Los citados métodos permiten, a partir de la definición de las variables aleatorias que se consideren en el problema en cuestión y estableciendo el aparato matemático correspondiente, definir la seguridad obtenida en el diseño, de una manera más real y exacta con respecto a los métodos utilizados anteriormente.

Particularmente, en el diseño de problemas geotécnicos, se han abordado en las últimas décadas, gran cantidad de trabajos que hacen uso de estos métodos, cuestión que generó como primer elemento, la introducción del Método de los Estados Límites y posteriormente, basado en este, la introducción de la Teoría de la Seguridad en el diseño. De aquí que, con la aplicación de la Teoría de la seguridad, se logre garantizar un respaldo estadístico y probabilista de todo el proceso de diseño.

Independientemente a la convergencia en cuanto al uso de métodos matemáticos afines para la solución, ya sea del problema de la modelación así como del

problema de diseño, no se habían encontrado trabajos que lograran relacionar estas dos etapas de la ingeniería. De manera que se pudiera obtener, partiendo de una definición y caracterización estadística correcta de cada una de las variables que inciden en dicho problema, una respuesta aleatoria de las mismas, la cual sería usada posteriormente en el análisis de la seguridad de la estructura. De este modo quedaría establecida una metodología para llevar a cabo una verdadera modelación estocástica vinculada a un análisis de seguridad.

La modelación estocástica de cualquier problema está asociada, como puede deducirse, al empleo en ella del método de Monte Carlo, el cual como se ha explicado, transforma la distribución estadística de cada variable considerada aleatoria, en un número de valores puntuales de la misma, que representen de igual forma su variabilidad; sin embargo, esta generación requiere de un procesamiento de gran cantidad de datos, a fin de obtener un resultado confiable, factor que desfavorece el estudio de muchos problemas debido al alto costo computacional que representa desarrollar cada uno de ellos. Si a esto se le adiciona el procedimiento de análisis de seguridad, resulta inevitable concluir que para

lograr un diseño real, homologado y eficiente, es preciso relacionar ambas materias en una metodología general que pueda ser evacuada en el menor tiempo posible, quedando establecidas así las bases para la formulación del problema de la presente investigación.

De lo anteriormente citado se puede deducir que este trabajo pretende implementar un procedimiento matemático - estadístico con asistencia computacional que permita la integración de la modelación estocástica o aleatoria, específicamente de problemas de ingeniería geotécnica, con el proceso de diseño de la estructura, mediante métodos probabilísticos.

## 2 MATERIALES Y MÉTODOS

### 2.1 Fundamentos conceptuales del método de Monte Carlo.

El método de Monte Carlo nos presenta una forma de pasar, con cierto grado de elegancia, de una metodología determinista a una metodología de naturaleza estocástica, la cual está considerada como una metodología más racional y completa (Ripley 1987; Leuangthon 2006).

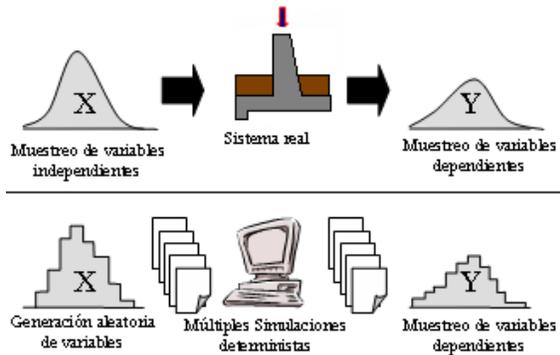


Figura 1. Simulación estocástica de problemas ingenieriles simples por el método de Monte Carlo.

La idea general del método de Monte Carlo dentro de la mecánica computacional se resume como sigue: Sean las respuestas “y” de un sistema, dependientes de un grupo de variables aleatorias “x”, cuya descripción probabilística es conocida, es posible obtener, mediante algoritmos de generación de números aleatorios, un muestreo de variables x lo suficientemente grande, de manera que sus histogramas se aproximen, de forma más exacta, a la descripción probabilística conocida, mientras mayor sea el tamaño de la muestra. Mediante el uso de un código de análisis o método de diseño del sistema, utilizado de forma determinista (cada ejecución con un grupo de variables aleatoria como entrada), es posible generar una población de variables dependientes “y” del mismo tamaño que el muestreo. Este concepto se puede resumir en la Figura 1.

### 2.2 Descripción del modelo empleado y formulación matemática.

El problema de estudio, inherente a la presente investigación, se basa en la aplicación de la modelación estocástica a un ejemplo práctico de la ingeniería geotécnica. Se ha escogido para esta investigación un caso ingenieril, considerado como el más simple de la Ingeniería Geotécnica, este resulta ser el cálculo de la Capacidad de Carga de una cimentación corrida, apoyada sobre suelos puramente cohesivos. Se consideran la mayoría de las variables de entrada como variables aleatorias, a fin de obtener como resultado del proceso de diseño, una salida también aleatoria. De este modo, se procederá, posteriormente, a la aplicación de métodos probabilísticos de diseño, específicamente mediante el empleo de la Teoría de la Seguridad.

El caso en análisis, desde el punto de vista de diseño, se fundamenta en obtener el valor de la capacidad de carga de una cimentación corrida. Este estudio, de acuerdo con lo establecido en la Norma Cubana para el Diseño de Cimentaciones Superficiales, plantea que para garantizar el cumplimiento del criterio de Capacidad de Carga de la base de la cimentación se debe cumplir la siguiente condición (Quevedo 2002):

$$N^* \leq Q_{bt}^* \quad [1]$$

Donde:

$Q_{bt}^*$ : Carga bruta de trabajo resistente a la estabilidad, de la base de la cimentación.

$N^*$ : Carga vertical resultante a nivel de cimentación.

Por otra parte, el valor de la  $Q_{bt}^*$  para cimientos rectangulares se determina a partir de:

$$Q_{bt}^* = b' \cdot l' \cdot \left( \frac{q_{br}^* - q^*}{\gamma_s} + q^* \right) \quad [2]$$

Donde:

$q_{br}^*$ : Carga bruta de rotura, resistente a la estabilidad de la base de la cimentación y se determina a partir de la ecuación definida por Brinch Hansen para suelos cohesivos (Brinch Hansen 1961) que plantea:

$$q_{br}^* = 5.14 C^* (1 + s'_c + d'_c - i'_c - g'_c) + q^* \quad [3]$$

Donde:

$l'$ : Lado efectivo en dirección del lado mayor del cimiento.

$b'$ : Lado efectivo en dirección del lado menor del cimiento.

$C^*$ : Cohesión de cálculo, del suelo.  
 $s'_c$ : Factor de corrección debido al efecto de la forma del cimiento. (Suelos Cohesivos).  
 $d'_c$ : Factor que valora el efecto de la profundidad a la cual se ha desplantado la cimentación. (Suelos Cohesivos).  
 $i'_c$ : Factor de inclinación de la carga. (Suelos Cohesivos).  
 $g_c$ : Factor de inclinación del terreno. (Suelos Cohesivos).  
 $q^*$ : Presión efectiva a nivel de solera.

Teniendo en cuenta que los casos en análisis se basan en aplicar estas expresiones a suelos puramente cohesivos, se han establecido una serie de consideraciones e hipótesis que simplifican la ecuación de diseño a la siguiente ecuación:

$$q_{br}^* = 5.14 \cdot C^* \quad [4]$$

En este caso se considera como variable aleatoria a la cohesión del suelo ( $C$ ), y como determinista, el ancho ( $b$ ) de la cimentación.

Con respecto a las cargas, se considera el caso de una carga vertical centrada, generada debido a acciones de diferente naturaleza, estas también serán asumidas como variables aleatorias, aunque para el caso analizado, la carga no incide directamente en la variable de salida de capacidad de carga ( $q_{br}$ ), pero sí en el chequeo de la condición de diseño e incluso en el análisis general de la seguridad.

### 2.3 Características Estocásticas de las Variables de Entrada.

Las variables asumidas como estocásticas para esta investigación, devienen lógicamente, de la condición de diseño para el primer estado límite.

Para suelos puramente cohesivos son estocásticas: la cohesión del suelo, también se consideran aleatorias la carga permanente vertical actuante, la carga temporal vertical y la carga vertical de viento y por último el ancho de la cimentación  $B$  se toma como parámetro determinista.

Todas estas variables han sido muy bien caracterizadas en trabajos precedentes (Hospitaler y Cano 1997; Quevedo 2002), llegándose a determinar los valores de sus coeficientes de variación, los cuales son:

Coefficiente de variación de cohesión  $v_c = 0.138, 0.26, 0.336$

Coefficiente de variación del peso específico  $v_\gamma = 0.05$

Coefficiente de variación de la carga muerta  $v_{cm} = 0.10$

Coefficiente de variación de la carga viva  $v_{cv} = 0.25$

Coefficiente de variación de carga de viento  $v_{viento} = 0.31$

### 2.4 Aplicación de la metodología para la Modelación Estocástica convencional en un ejemplo de cálculo de capacidad de carga.

El procedimiento de modelación estocástica de cualquier problema ingenieril parte de la caracterización estadística de las cargas, luego, aplicar el método de Monte Carlo, y finalmente obtener el nivel de seguridad requerido para el diseño (Phoon 2006).

En suelos cohesivos, se ha planteado que las variables que se consideran aleatorias son la Cohesión del suelo y la carga vertical actuante en la base de la cimentación, esta última como combinación de la carga permanente, la carga temporal y la carga de viento.

A continuación se resumen en la Tabla 1, todas las posibles combinaciones que intervienen en el diseño del experimento.

Tabla 1. Combinaciones para el diseño del experimento teórico. (Suelo C)

Número de la Combinación	Tipo de suelo	Cohesión del suelo (kPa.)	Coefficiente de variación de C
1.	C	40	0,138
2.	C	40	0,260
3.	C	40	0,336
4.	C	60	0,138
5.	C	60	0,260
6.	C	60	0,336
7.	C	80	0,138
8.	C	80	0,260
9.	C	80	0,336

Conviene aclarar que para la totalidad de las variables se ha asumido, partiendo de intentos anteriores (Phoon 2006; Quevedo y Recarey 2005; Ziha 1995), que el tipo de distribución al que se ajustan las mismas es a una distribución normal, y que sus valores corresponden al valor medio.

Con el propósito de llevar a cabo la generación de números aleatorios en función del tipo de distribución definida para la variable, se ha implementado en el software Mathcad (versión 14.0.0), el citado mecanismo, para variables con distribución normal, a través de la función "rnorm", la cual depende del tamaño de la muestra, la media y desviación típica de la variable analizada.

Luego, a partir de los resultados obtenidos en la generación aleatoria, es decir, vectores de 4000 valores de cohesión del suelo ( $C$ ), peso específico del suelo ( $\gamma$ ), carga vertical muerta ( $N_{cm}$ ), carga vertical viva ( $N_{cv}$ ) y carga de viento ( $N_v$ ), se procede a obtener la estadística descriptiva de cada una de las variables. Esto se hace con el propósito de comprobar tales resultados con los que fueron empleados para la generación. Finalmente se comprueba la aleatoriedad y normalidad de los datos resultantes a través de una prueba de bondad de ajuste de los resultados obtenidos, obteniéndose como resultado que, luego de dicha generación, todas las variables provienen de una distribución normal, tal y

como se había supuesto al inicio del procedimiento (Centeno 2002).

## 2.5 Bases matemáticas y formulación general para la aplicación de métodos probabilísticos en la modelación estocástica.

El punto de partida para la implementación de este paso se basa en tomar los valores medios resultantes de la generación aleatoria de cada una de las variables declaradas como estocásticas. Posteriormente se procede a caracterizar estadísticamente los  $n$  valores de las funciones de las cargas actuantes  $Y_{1i}$ , a fin de obtener su valor medio, su desviación estándar y su correspondiente coeficiente de variación.

Un paso importante resulta la determinación la desviación estándar de la capacidad de carga ( $\sigma_{qbr}$ ), a través de la aplicación del método de generalización del teorema de la desviación estándar ( $\sigma$ ) y su desarrollo en serie de Taylor.

Es conocido que para una variable de respuesta, en este caso  $q_{br}$ , que es función de varias variables aleatorias de entrada, se puede determinar la desviación de dicha función aplicando el método de generalización del teorema de la desviación estándar y su desarrollo en serie de Taylor, lo cual, de forma general se puede expresar como:

$$\sigma_Y^2 = \sum \left( \frac{\partial Y}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2 \quad [5]$$

Siendo  $y = f(x_i)$ .

En nuestro caso, la  $q_{br}$  se determina a partir de la ecuación 4, para suelos cohesivos (Brinch Hansen 1961), obteniéndose las siguientes expresiones:

$$\sigma_{q_{br}}^2 = \left( \frac{\partial q_{br}}{\partial c} \right)^2 \sigma_c^2 \quad [6]$$

Seguidamente se determinan los coeficientes de seguridad y con ellos se llega a obtener el valor del coeficiente de seguridad general de diseño ( $Kd$ ), a través de la ecuación:

$$Kd = \gamma_g \cdot \gamma_f \cdot \gamma_s \quad [7]$$

O alternativamente mediante la ecuación:

$$Kd = \frac{Y_2}{Y_1} \quad [8]$$

Siendo  $Y_1$  y  $Y_2$ , las funciones de las cargas actuantes y resistentes respectivamente.

Luego, conocidos los coeficientes de variación de las citadas funciones ( $V_{Y_1}$  y  $V_{Y_2}$ ), en la ecuación general de nivel de seguridad se evalúan los distintos valores del coeficiente de seguridad global  $K$ , obteniendo la curva de nivel de seguridad ( $H$  vs.  $K$ ), para el problema analizado.

$$H = 0.5 + \phi_n \left[ \frac{k-1}{\sqrt{V_{Y_1}^2 + k^2 V_{Y_2}^2}} \right] \quad [9]$$

Partiendo de los resultados obtenidos en la simulación estocástica de las variables de entrada, así como de la caracterización estadística de la variable respuesta ( $q_{br}$ ) y estando definidas las características de las cargas actuantes, puede aplicarse la ecuación general de la teoría de seguridad, a fin de obtener la curva de nivel de seguridad ( $H$  vs.  $K$ ), y sobre la misma determinar el punto de diseño, a partir del valor del nivel de seguridad requerido ( $H_{req}$ ) e igual a 0.98.

De aquí que resulte evidente, para el diseño geotécnico de una cimentación corrida, que:

$$\begin{aligned} Y_1 &= N & \sigma_{Y_1} &= \sigma_N \\ Y_2 &= q_{br} & \sigma_{Y_2} &= \sigma_{q_{br}} \end{aligned} \quad [10]$$

Por lo que las ecuaciones de los coeficientes de variación de las funciones de las cargas actuantes y resistentes quedarían:

$$V_{Y_1} = \frac{\sigma_N}{N} \quad [11]$$

$$V_{Y_2} = \frac{\sigma_{q_{br}}}{q_{br}} \quad [12]$$

Donde  $N$  representa la carga vertical actuante en la base de la cimentación. Por lo que la ecuación que relaciona  $H$  con  $K$  para el problema de estudio resulta:

$$H = 0.5 + \phi_n \left[ \frac{k-1}{\sqrt{V^2_N + k^2 \cdot V^2_{qbr}}} \right] \quad [13]$$

### 3 RESULTADOS Y DISCUSIONES.

El análisis anterior se ha realizado partiendo de un valor inicial de ancho (b) de la cimentación, obtenido con los valores medios de las variables que intervienen en la ecuación de capacidad de carga (Ecuación 4).

Con estos valores de b se realiza el diseño. Se generan, primeramente, valores aleatorios para cada variable, luego se obtienen los valores de capacidad de carga y por último se calcula la probabilidad de falla. De acuerdo a este procedimiento, se obtienen resultados de probabilidad de falla aproximados al 50 %, en concordancia con lo establecido en las bases teóricas del diseño probabilista.

Luego, considerando que los valores de b obtenidos anteriormente no satisfacen la condición de probabilidad de falla en cimentaciones, es necesario encontrar aquellos que garanticen tal condición. Para esto se lleva a cabo nuevamente el proceso de diseño, partiendo de un valor de b que se irá variando hasta satisfacer la citada condición:  $P_f \leq 0.02$ ,  $H=0.98$  (Probabilidad de falla, Nivel de seguridad). Estos resultados pueden verse en las Tablas 2 y 3.

Tabla 2. Resultados del diseño probabilista, con entrada de variables estocásticas o aleatorias, para suelos puramente cohesivos y empleando la b de diseño.

No.	b <sub>dis.</sub> (m)	Y <sub>1</sub> (kN)	Vy <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub> (kN)	Vy <sub>2</sub>	K <sub>d</sub>	K <sub>opt</sub>	Pf.
1	0.62	126,46	0,095	127,82	0,137	1,0 1	1,46	0,47
2	0.62	126,46	0,095	128,12	0,258	1,0 1	2,17	0,48
3	0.62	126,46	0,095	128,31	0,333	1,0 1	3,19	0,48
4	0.42	126,46	0,095	129,88	0,137	1,0 2	1,46	0,43
5	0.42	126,46	0,095	130,19	0,258	1,0 3	2,17	0,45
6	0.42	126,46	0,095	130,38	0,333	1,0 3	3,19	0,46
7	0.31	126,46	0,095	127,82	0,137	1,0 1	1,46	0,47
8	0.31	126,46	0,095	128,12	0,258	1,0 1	2,17	0,48
9	0.31	126,46	0,095	128,31	0,333	1,0 1	3,19	0,48

Tabla 3. Resultados del diseño probabilista, con entrada de variables estocásticas o aleatorias, para suelos puramente cohesivos y empleando la b requerida.

No.	b <sub>dis.</sub> (m)	Y <sub>1</sub> (kN)	Vy <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub> (kN)	Vy <sub>2</sub>	K <sub>d</sub>	K <sub>opt</sub>	Pf.
1	0.89	126,46	0,095	184,51	0,137	1,4 5	1,46	0.02
2	1.32	126,46	0,095	274,43	0,258	2,1 7	2,17	0.02
3	1.95	126,46	0,095	403,58	0,333	3,1 9	3,19	0.02
4	0.59	126,46	0,095	184,61	0,137	1,4 6	1,46	0.02
5	0.88	126,46	0,095	274,33	0,258	2,1 6	2,17	0.02
6	1.30	126,46	0,095	403,58	0,333	3,1 9	3,19	0.02
7	0.44	126,46	0,095	184,72	0,137	1,4 6	1,46	0.02
8	0.66	126,46	0,095	274,43	0,258	2,1 7	2,17	0.02
9	0.97	126,46	0,095	403,58	0,333	3,1 9	3,19	0.02

Siendo: No., el número de la combinación; b<sub>dis</sub> y b<sub>req</sub>, los anchos de diseño y requerido; K<sub>opt</sub>, el coeficiente de seguridad general óptimo y Pf. la probabilidad de falla de la estructura.

De los resultados anteriores se concluye que, cuando se trabaja con la b de diseño, en primer lugar, los valores de Y<sub>2</sub> generan un resultado mucho menor que cuando es obtenida esta variable con la b requerida ya que de hecho, esta última es más grande, asimismo sucede con los K de diseño (K<sub>d</sub>), los cuales son muy inferiores para la primera de las b y distan mucho del óptimo, permitiendo valores de probabilidad de falla equivalentes al 50%, sin embargo, al incrementar el valor de b, se observa una convergencia de los resultados al valor de K requerido (K<sub>req</sub>) y por ende a una probabilidad de falla de 0.02, siendo este, el objetivo final de un diseño por criterios de seguridad.

Por otra parte, cuando se realiza la comparación de los resultados obtenidos suministrando los coeficientes tomados del análisis matemático y los tomados del análisis aleatorio, la conclusión más importante radica en que los valores de la variable Vy<sub>2</sub>, conjuntamente con los K de diseño (K<sub>d</sub>), experimentan un ligero incremento, no sucede así con la probabilidad de falla de la estructura, siendo los valores aceptables los obtenidos con los coeficientes de variación aleatorios.

Las Figuras 2 y 3 muestran tal apreciación:

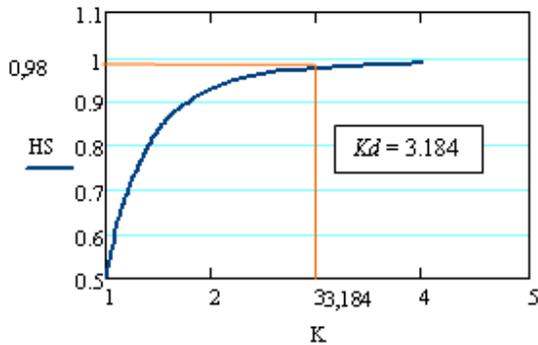


Figura 2. Nivel de Seguridad versus Coeficiente de Seguridad para suelos cohesivos,  $C=60$  kPa,  $V_c=0.336$ ,  $b_{req}=1.30$  m. Coeficientes de Variación tomados del análisis matemático ( $V_{qbr}=0.336$ ,  $V_N=0.094$ ).

Entrando con el nivel de seguridad requerido, que en este caso resulta 0.98, se pueden obtener los valores del K requerido ( $K_{opt}$ ) y con ellos se define el punto de diseño, el cual garantiza la seguridad adecuada para la estructura.

De las citadas figuras (Figuras 2 y 3) vale la pena comentar, que han sido obtenidas para un valor de b requerido, o sea, el que garantiza que se cumpla la condición de diseño en seguridad. A partir de aquí se puede concluir que, a pesar de que las diferencias no son sustanciales, con los resultados que devienen de los coeficientes tomados del análisis aleatorio se logra una convergencia más rápida a garantizar la condición de diseño en seguridad.

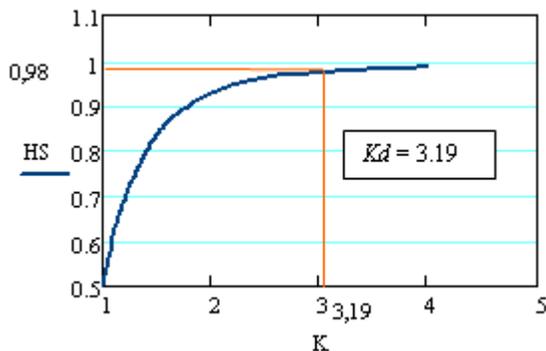


Figura 3. Nivel de Seguridad versus Coeficiente de Seguridad para suelos cohesivos.  $C=60$  kPa,  $V_c=0.336$ ,  $b_{req}=1.30$  m. Coeficientes de Variación tomados del análisis aleatorio ( $V_{qbr}=0.333$ ,  $V_N=0.095$ ).

Finalmente se puede afirmar que, luego de aplicado este procedimiento novedoso para la simulación estocástica de un problema de ingeniería, y luego de demostrar su factibilidad, específicamente cuando se trabaja considerando la aleatoriedad de todas las variables y por ende de sus coeficientes de variación, valdría la pena observar qué sucede cuando este análisis

se combina con la solución numérica del problema y no analítica, sobre esta interrogante tratan otras investigaciones en las que trabajan los autores de este trabajo.

#### 4 CONCLUSIONES.

La aplicación de la metodología propuesta, ha revelado un nuevo mecanismo de diseño de estructuras, basado en hacer cumplir la condición básica de la teoría de la seguridad, que establece que el nivel de seguridad de diseño será mayor ó igual al nivel de seguridad requerido, el cual para el caso de cimentaciones diseñadas por criterio de estabilidad será de 0.98.

El procedimiento de diseño ha sido desarrollado sobre bases computacionales, y parte de la generación aleatoria de todas la variables consideradas bajo este criterio, luego se le calculan sus parámetros estadísticos y se procede a obtener un ancho de cimentación mediante un diseño, realizado para valores medios de todas la variables. Tal resultado representa el punto de partida para un ciclo en el que se incrementa el valor de b y que culmina haciendo cumplir la citada condición de diseño en seguridad.

Finalmente, se demuestra la factibilidad de combinar los resultados obtenidos de la modelación estocástica con el análisis de la seguridad, a partir de la aplicación de los conceptos generales de teoría de la seguridad, permitiendo con ellos establecer el punto de diseño correspondiente al nivel de seguridad requerido, aunque no se pretende absolutizar los resultados debido a que se hace necesario comparar estos, con los que se obtienen cuando se desarrolla la solución mediante métodos numéricos.

#### 5 REFERENCIAS

- Brinch Hansen, J. 1961. A general formula for bearing capacity, *The Danish Geotechnical Institute*, 11: 32-38.
- Centeno, R. 2002. Simulación de Monte Carlo y su aplicación a la Ingeniería Geotécnica, *Conferencia Gustavo Pérez Guerra*, Universidad Central de Venezuela, Escuela Ingeniería Civil, Caracas, Venezuela, 8: 1-76.
- Hospitaler, A. y Cano, J. 1997. *Hipótesis de carga. Coeficientes de seguridad de los materiales*. Departamento de Ingeniería de la Construcción, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España.
- Leuangthon O. 2006. *The principles of Monte Carlo Simulation*. University of Alberta, Alberta, Canada.
- Phoon, K. 2006. *Modeling and simulation of stochastic data*. Singapore. Department of civil engineering, University of Singapore, Singapore.
- Quevedo, G. 2002. *Aplicación de los Estados Límites y la Teoría de Seguridad en el Diseño Geotécnico en Cuba*. Universidad Central de las Villas, Santa Clara, Cuba.

Quevedo, G. y Recarey, C. 2005. *Modelación Estocástica y Teoría de Seguridad en el estudio de conexiones de estructuras mixtas*, Universidad Politécnica de Cataluña, Cataluña, España.

Ripley, B. D. 1987. *Stochastic Simulation*, Wiley and Sons, New York, NY, USA.

Ziha, K. 1995. Descriptive sampling, *Structural Safety*, 17: 33-41.