

Estudio micromecánico de la superficie de fluencia de materiales granulares cementados

Nicolas Estrada ¹, Alfredo Taboada ² & Arcesio Lizcano ¹

¹ Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental - CeIBA Complex Systems Research Center, Universidad de Los Andes, Bogotá, Colombia

² Laboratoire Géosciences Montpellier, UMR 5243, Université Montpellier 2 - CNRS, Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier cedex 5, France



2011 Pan-Am CGS
Geotechnical Conference

RESUMEN

Este artículo presenta los resultados parciales de una investigación sobre el comportamiento mecánico de materiales granulares cementados usando simulaciones con Dinámica de Contactos. El comportamiento mecánico de estos materiales es explorado en términos de la superficie de fluencia y las deformaciones plásticas para muestras numéricas con diferentes compacidades. Encontramos que tanto las superficies de fluencia como los vectores de deformación plástica pueden ser parametrizados por familias de elipses. Para materiales muy sueltos, la superficie de fluencia tiende a un círculo centrado en el origen del plano $p : q$ y la regla de flujo es asociada. Luego, a medida que la compacidad aumenta, la superficie de fluencia crece, su excentricidad aumenta y la regla de flujo se vuelve no-asociada. Finalmente, en el caso límite de un material muy denso, la superficie de fluencia pasa de ser una elipse a ser una hipérbola cuyas asíntotas pueden ser entendidas como la envolvente de Coulomb para un material granular cohesivo. Estos resultados concuerdan con observaciones experimentales en suelos estructurados y soportan la elección de superficies de fluencia elípticas, la cual es una elección frecuente en marco de la elastoplasticidad.

ABSTRACT

This article presents the results of an ongoing investigation on the mechanical response of cemented granular materials by means of Contact Dynamics simulations. The mechanical response is explored in terms of the yield surface and the plastic strains of numerical samples with different volume fractions. We find that both the yield surfaces and the plastic strain vectors can be parametrized by families of ellipses. For very loose materials, the yield surface tends to a circle centered in the origin of the $p : q$ plane, and the flow rule is associated. Then, as the solid fraction increases, the yield surfaces grow, their eccentricity increases, and their flow rule becomes non-associated. Finally, in the limit case of a very dense material, the yield surface changes from an ellipse to a hyperbole whose asymptotes can be understood as the Coulomb envelope of a cohesive granular material. These results are reminiscent of previous experimental observations on structured soils and they support the choice of an elliptical yield surface, which is a frequent choice in the framework of elastoplasticity.

1 INTRODUCCION

En estado natural es común encontrar geomateriales cementados (Leroueil & Vaughan 1990). Frecuentemente, esto se debe a la precipitación de un material cementante como la calcita, el óxido de hierro, etc. en los contactos entre partículas. Ejemplos de estos materiales son los suelos derivados de cenizas volcánicas, los loess y algunas rocas sedimentarias.

El comportamiento mecánico de estos materiales difiere del observado en los geomateriales no cementados, para los cuales se desarrolló la mecánica de suelos clásica. Esta diferencia de comportamiento se debe al importante rol que juegan la cementación y la microestructura en la respuesta mecánica de los geomateriales cementados.

El comportamiento mecánico de los materiales granulares cementados puede ser reproducido por varios modelos constitutivos (e.g., modelos elastoplasticos) desarrollados en el marco de la mecánica de medios continuos (para algunos ejemplos, ver Gens & Nova (1993), Vatsala et al. (2001) y Nova et al. (2003)). Implementados en un formalismo como los elementos

finitos, estos modelos pueden ser de gran utilidad práctica.

Sin embargo, una característica problemática de estos modelos constitutivos es que se basan en elementos conceptuales complejos (e.g., superficies de fluencia, potenciales plásticos, reglas de endurecimiento, etc.) que, por un lado, son difíciles de medir experimentalmente y, por otro lado, no pueden derivarse fácilmente a partir de parámetros más habituales y con significado físico más simple como la relación de vacíos y la anisotropía.

El objetivo de este trabajo fue estudiar dos de estos elementos conceptuales: la superficie de fluencia y el potencial plástico, en un material granular cementado modelo (i.e., una simplificación del material real). Para abordar este objetivo se usó un método de elementos discretos llamado Dinámica de Contactos (Taboada et al. 2005, Radjai & Richefeu 2008) en el marco del cual se implementó un modelo de cohesión por cementación a la escala de los contactos.

En la sección 2 se presentan brevemente el método numérico y el modelo de cohesión implementado. En la sección 3 se describen las muestras y el dispositivo

utilizado para cizallarlas. En la sección 4 se presentan los principales resultados obtenidos, y, finalmente, en la sección 5 se concluye con una breve discusión de estos resultados.

2 METODO NUMERICO

2.1 Dinámica de Contactos

En términos generales, el método de la Dinámica de Contactos puede ser visto como la combinación de tres ingredientes que se enuncian a continuación:

(i) Las ecuaciones de movimiento de cada partícula que, integradas en un pequeño paso de tiempo, relacionan la impulsión y el cambio de la cantidad de movimiento de cada partícula durante el paso de tiempo.

(ii) Un conjunto de leyes de contacto no-regulares que determinan las posibles interacciones en los contactos.

(iii) Un algoritmo de solución iterativo que permite determinar las impulsiones y los cambios de la cantidad de movimiento de las partículas en cada paso de tiempo.

En este trabajo se consideraron partículas circulares (i.e., modelo en 2 dimensiones) y, como es usual en las simulaciones con Dinámica de Contactos, perfectamente rígidas (i.e., no se tiene en cuenta la elasticidad).

2.2 Modelo de Cohesión en los Contactos

Con el fin de simular un medio granular cementado, se implementó en el marco de la Dinámica de Contactos un modelo de cohesión por cementación a la escala de los contactos. Este modelo buscó imitar la cementación observada en suelos y rocas.

A cada punto de contacto entre dos partículas se asoció un contacto cementado. Inicialmente los contactos cementados pueden resistir a la tracción, al deslizamiento y al rodamiento. Una vez alcanzada la ruptura del cementante, la resistencia a la tracción y la resistencia al rodamiento desaparecen y los contactos se vuelven únicamente friccionantes (ver Figura 1).

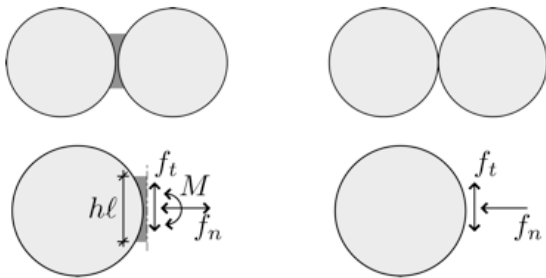


Figura 1. Representación esquemática del modelo de cementación. Los contactos cementados (izquierda) pueden soportar fuerzas de tracción, de corte y momentos flectores. El comportamiento después de la ruptura del cementante (derecha) es únicamente friccionante.

La resistencia a la tracción de los contactos cementados está controlada por la resistencia a la tracción del material cementante σ_a y por el ancho del cementante hd , en donde h es un factor adimensional (0.1 en las simulaciones presentadas en este trabajo) y d es el diámetro promedio de las dos partículas en contacto. La fuerza necesaria para romper un contacto cementado en tracción f_a esta dada por

$$f_a = \sigma_a hd. \quad [1]$$

La resistencia al deslizamiento (i.e., a un desplazamiento en la dirección tangencial al contacto) está dictada por la ley de fricción de Coulomb. Esta ley estipula que la fuerza tangencial en el contacto f_t no puede superar un valor límite f_t^{\max} que es proporcional a la fuerza normal f_n en el contacto y a un coeficiente μ_s llamado el coeficiente de fricción al deslizamiento. Esta relación puede escribirse de la siguiente manera:

$$|f_t| = f_t^{\max} = \mu_s (f_a + f_n). \quad [2]$$

La resistencia al rodamiento (que resulta de la distribución de fuerzas normales en el cementante) puede tenerse en cuenta usando una ley análoga a la ley de fricción de Coulomb. La ley de fricción al rodamiento estipula que el momento M soportado por el contacto no puede superar un valor límite M^{\max} que es proporcional a la fuerza normal en el contacto f_n , a un coeficiente μ_r llamado el coeficiente de fricción al rodamiento y al diámetro promedio d de las dos partículas en contacto. Esta relación puede escribirse de la siguiente manera:

$$|M| = M^{\max} = \mu_r d (f_a + f_n). \quad [3]$$

En las simulaciones presentadas en este trabajo se utilizaron los siguientes parámetros de contacto:

$$\sigma_a = 30 \text{ kPa}, \mu_s = 0,3 \text{ y } \mu_r = 0,02. \quad [4]$$

Para una descripción más detallada del modelo de contacto, referirse a Taboada et al. (2005) para medios no-cohesivos y a Estrada et al. (2010) para medios cohesivos.

3 DESCRIPCION DE LAS MUESTRAS Y DEL ENSAYO BIAxIAL

3.1 Descripción de las Muestras

Las muestras estuvieron compuestas de 10.000 partículas con diámetros uniformemente distribuidos entre $0,4\langle d \rangle$ y $1,6\langle d \rangle$, en donde $\langle d \rangle$ es el diámetro promedio. Mediante un proceso de aglomeración y densificación (para una descripción detallada de este proceso ver Estrada et al. (2010)), se construyeron varias muestras numéricas con diferentes compacidades, descritas en este artículo con la fracción volumétrica de partículas, que está dada por

$$v = V_p / V, \quad [5]$$

en donde V_p es el volumen ocupado por las partículas y V es el volumen total de la muestra. La relación de vacíos puede calcularse con la siguiente expresión: $e = (1/v) - 1$.

La Figura 2 muestra cinco de las muestras construidas. Se observa que este procedimiento de construcción permitió acceder a un amplio rango de fracciones volumétricas gracias a la formación de macroporos.

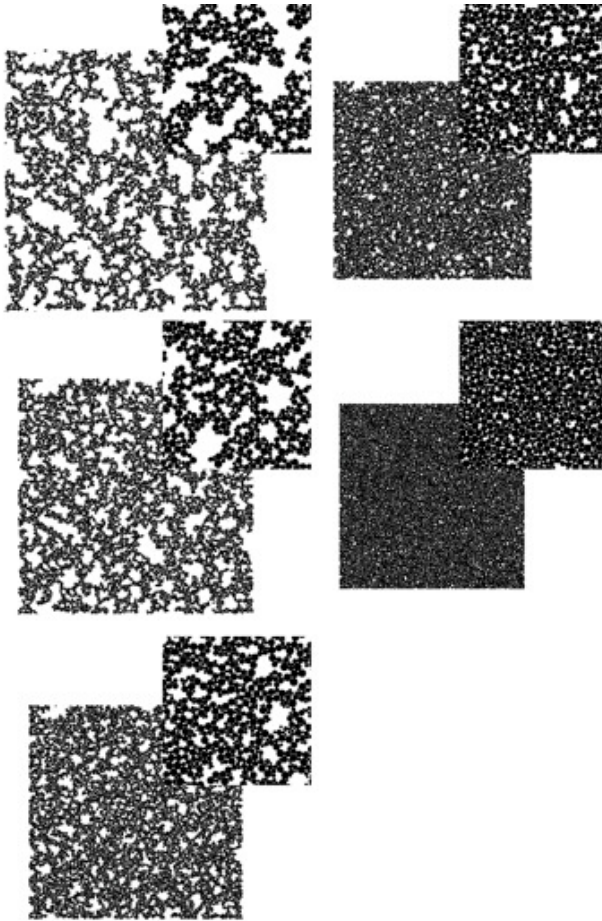


Figura 2. A modo de ejemplo, cinco de las muestras construidas mediante el procedimiento de aglomeración y densificación

3.2 Descripción del Ensayo Biaxial

Las muestras fueron cizalladas en un dispositivo biaxial con cuatro muros rígidos, como el que se esquematiza en la Figura 3. Para cizallar la muestra, se impusieron las deformaciones horizontal ϵ_x y vertical ϵ_y mediante un desplazamiento lento de los muros. A partir de las deformaciones horizontal y vertical, se calcularon las deformaciones volumétrica ϵ_p y desviadora ϵ_q de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \epsilon_p &= \epsilon_y + \epsilon_x \\ \epsilon_q &= \epsilon_y - \epsilon_x \end{aligned} \quad [6]$$

en donde ϵ_x y ϵ_y están definidas positivas si representan una contracción del material.

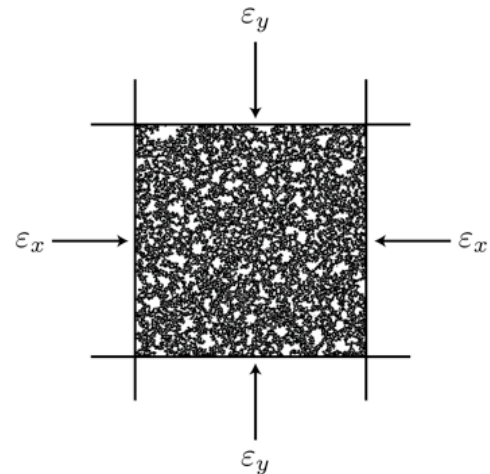


Figura 3. Representación esquemática del ensayo biaxial a deformación controlada.

Variando la relación entre las deformaciones horizontal y vertical, se cizalló la muestra usando diferentes trayectorias de deformación en el plano $\epsilon_p : \epsilon_q$. La Figura 4 muestra las diferentes trayectorias de deformación impuestas, así como algunos esquemas de los estados inicial y final de la muestra.

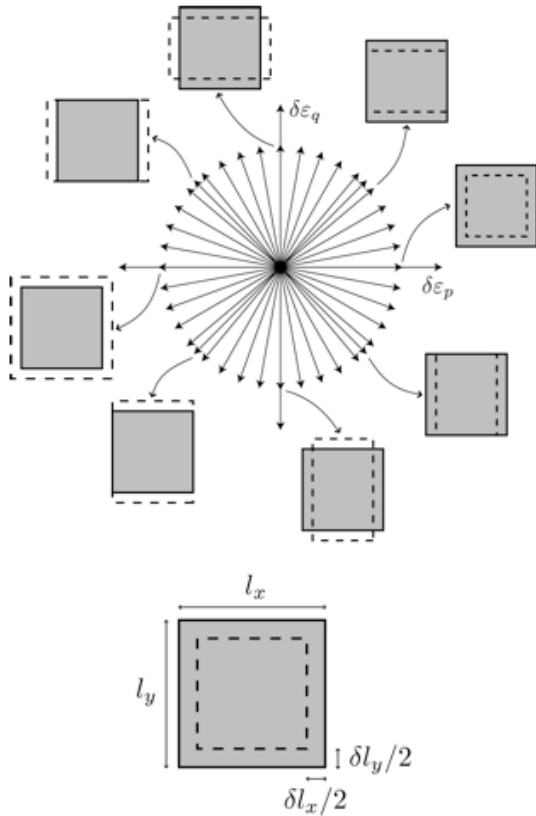


Figura 4. Trayectorias de deformación impuestas en el ensayo biaxial y algunos esquemas de los estados inicial y final de la muestra.

El tensor de esfuerzos del medio se calculó a partir de las fuerzas de contacto entre partículas. A partir de este tensor, se determinaron el esfuerzo medio p y el esfuerzo desviador q en la muestra, definidos de la siguiente manera:

$$p = \frac{(\sigma_y + \sigma_x)}{2}$$

$$q = \frac{(\sigma_y - \sigma_x)}{2}, \quad [7]$$

en donde σ_x y σ_y son los esfuerzos horizontal y vertical (definidos positivos en compresión), que en este dispositivo coinciden con los esfuerzos principales.

Con el fin de obtener resultados independientes de la resistencia a la tracción en los contactos, es conveniente introducir medidas adimensionales de los esfuerzos medio y desviador. Para hacerlo, se normalizaron estos dos esfuerzos por la resistencia a la tracción:

$$p^* = \frac{p}{\langle f_a \rangle \langle d \rangle} = \frac{p}{h \sigma_a}$$

$$q^* = \frac{q}{\langle f_a \rangle \langle d \rangle} = \frac{q}{h \sigma_a}, \quad [8]$$

en donde $\langle f_a \rangle$ es la máxima fuerza de tracción que puede ser soportada por un puente cementante entre dos partículas de diámetro promedio $\langle d \rangle$.

En las siguientes secciones del artículo, todos los resultados se presentarán en función de los esfuerzos medio y desviador normalizados.

4 RESULTADOS

4.1 Superficies de Fluencia

Ya que las partículas utilizadas fueron completamente rígidas, una pequeña deformación fue suficiente para que los contactos cementados empezaran a romperse (i.e., para que el material se plasticara). Los esfuerzos medidos al aplicar esta pequeña deformación corresponden entonces a los esfuerzos de fluencia.

La Figura 5 muestra las superficies de fluencia obtenidas para nueve valores diferentes de fracción volumétrica. Los vectores en cada punto indican la trayectoria de las deformaciones plásticas, según la convención indicada en el recuadro superior izquierdo. Se observa que para las muestras más sueltas (i.e., para los valores más bajos de fracción volumétrica) las superficies de fluencia son pequeñas y centradas en el origen del plano $p : q$. Luego, a medida que la fracción volumétrica aumenta, las superficies de fluencia se hacen más grandes y más alargadas. Aunque todas las superficies presentan una leve protuberancia en los valores mínimo y máximo de esfuerzo medio p , se observa que tienen una forma que puede ser muy bien aproximada por una elipse. Para la muestra más densa (que corresponde a la mayor fracción volumétrica que pudo obtenerse usando el procedimiento de aglomeración y densificación) se observa que la superficie de fluencia es una curva abierta hacia la derecha. Esto no es sorprendente, ya que esta muestra es muy densa y las partículas son completamente rígidas, lo que implica que su resistencia a compresión isotrópica debe ser infinita. Esta forma puede ser bien aproximada por una hipérbola o, lo que es equivalente, una elipse en la cual uno de los focos tiende a infinito.

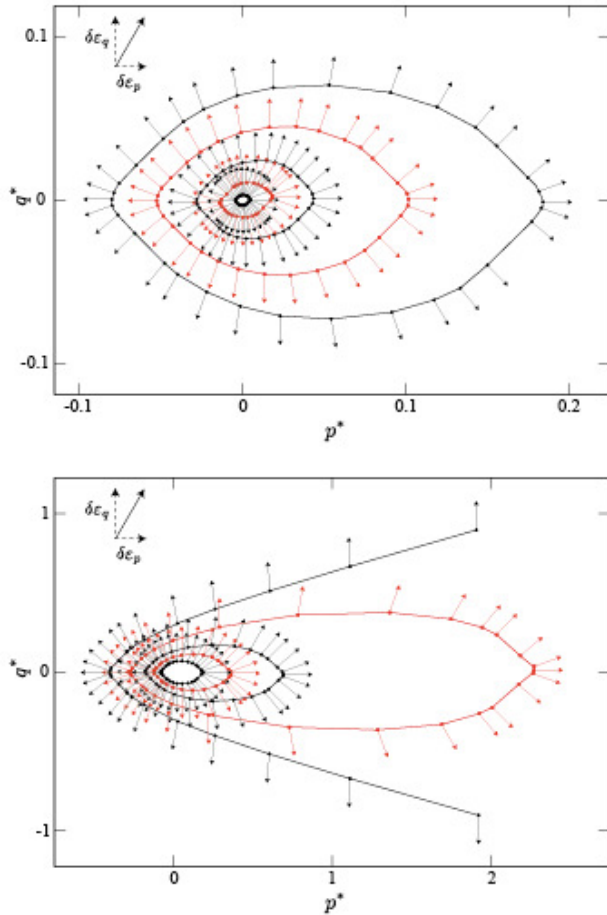


Figura 5. Superficies de fluencia para nueve valores diferentes de fracción volumétrica. Las superficies presentadas en la gráfica superior corresponden, de la más pequeña a la más grande, a valores de fracción volumétrica de 0,4; 0,45; 0,5; 0,55 y 0,6. Las superficies presentadas en la gráfica inferior corresponden, de la más pequeña a la más grande, a valores de fracción volumétrica de 0,6; 0,65; 0,7; 0,75 y 0,78.

4.2 Deformaciones Plásticas

La Figura 6 muestra los vectores de deformación plástica de cada uno de los ensayos realizados (nuevamente, según la convención indicada en el recuadro superior izquierdo) junto con una familia de curvas cuya pendiente es en todo punto perpendicular a estos vectores (i.e., el potencial plástico) encontrada mediante un procedimiento de interpolación. Es interesante notar que la forma de estas curvas es muy cercana a la forma de las superficies de fluencia presentadas en la Figura 5. Adicionalmente, para las muestras más sueltas, las superficies de fluencia y el potencial plástico casi se superponen, indicando que la regla de flujo de estas muestras es asociada. Por otro lado, para las muestras más densas, las superficies de fluencia y el potencial plástico están desfasados,

indicando que la regla de flujo de estas muestras es no asociada.

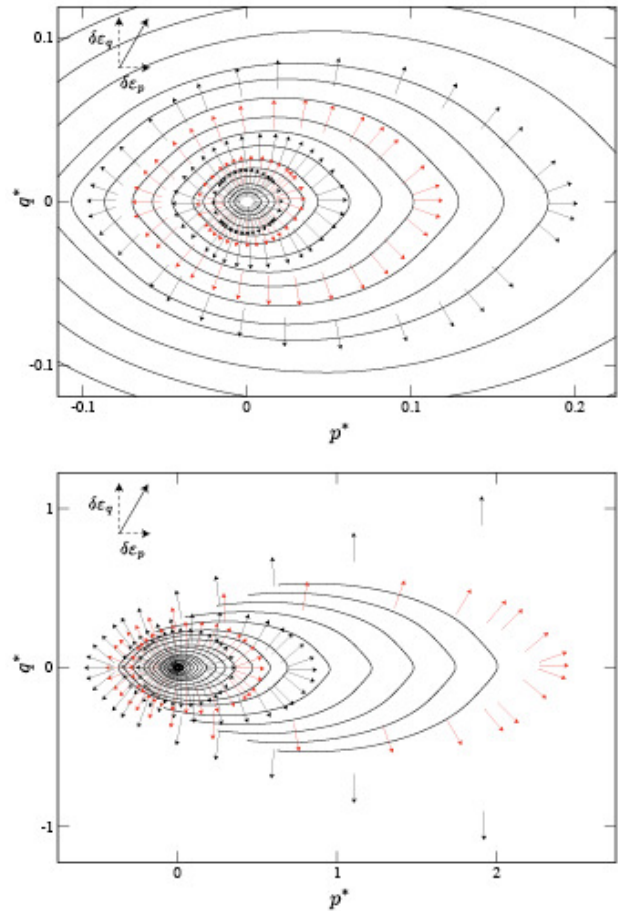


Figura 6. Vectores de deformación plástica (según la convención indicada en el recuadro superior izquierdo) junto con una familia de curvas cuya pendiente es en todo punto perpendicular a estos vectores (i.e., el potencial plástico) encontrada mediante un procedimiento de interpolación. La gráfica superior corresponde a los ensayos realizados con muestras con fracciones volumétricas pequeñas, y la gráfica inferior corresponde a los ensayos realizados con muestras con fracciones volumétricas grandes.

5 CONCLUSIONES

En resumen, en este artículo se presentaron los resultados parciales de una investigación sobre el comportamiento mecánico de materiales granulares cementados usando simulaciones con dinámica de contactos. En particular, se investigaron dos elementos de este comportamiento mecánico: la superficie de fluencia y el potencial plástico. Para hacerlo se utilizó un material granular simplificado (i.e., compuesto por partículas circulares completamente rígidas) y se

implementó un modelo de cementación en el marco de la Dinámica de Contactos.

Se encontró que tanto las superficies de fluencia como los vectores de deformación plástica pueden ser parametrizados por familias de elipses. Para materiales muy sueltos, la superficie de fluencia tiende a un círculo centrado en el origen del plano $p:q$ y la regla de flujo es asociada. Luego, a medida que la fracción volumétrica aumenta, la superficie de fluencia crece, su excentricidad aumenta y la regla de flujo se vuelve no-asociada. Finalmente, en el caso límite de un material muy denso, la superficie de fluencia pasa de ser una elipse a ser una hipérbola cuyas asíntotas pueden ser entendidas como la envolvente de Coulomb para un material granular cohesivo.

Estos resultados concuerdan con trabajos experimentales en suelos estructurados (Maccarini 1987, Leroueil & Vaughan 1990) en los que se reportan superficies de fluencia de formas similares. Adicionalmente, estas observaciones soportan la elección de superficies de forma elípticas, la cual es habitual en los modelos elastoplásticos desarrollados para representar el comportamiento de geomateriales cementados.

Una extensión directa de este trabajo es el estudio de la superficie de fluencia y del potencial plástico en medios anisotrópicos. Esta investigación se encuentra actualmente en curso y se presentará en una publicación posterior.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue financiado por el proyecto de cooperación Francia-Colombia Ecos Nord (No. C08U01).

REFERENCIAS

- Estrada, N., Lizcano, A., & Taboada, A. 2010. Simulation of cemented granular materials. I. Macroscopic stress-strain response and strain localization. *Physical Review E*, 82(1): 011303.
- Gens, A & Nova, A 1993. Conceptual bases for a constitutive model for bonded soils and weak rocks, *in Geotechnical Engineering of Hard Soils – Weak Rocks*, edited by A. Anagnostopoulos et al. 485-494.
- Leroueil, S. & Vaughan P.R. 1990. The general and congruent effects of structure in natural soils, *Géotechnique*, 40(3): 467-488.
- Maccarini 1987. PhD Thesis, *University of London*.
- Nova, R., Castellanza, R., & Tamagnini, C. 2003. A constitutive model for bonded geomaterials subject to mechanical and/or chemical degradation, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 27: 705-732.
- Radjai, F. & Richefeu, V. 2009. Contact dynamics as a nonsmooth discrete element method, *Mechanics of Materials*, 41: 715-728.
- Taboada, A., Chang, K.J., Radjai, F., & Bouchette, F. 2005. Rheology, force transmission, and shear instabilities in frictional granular media from biaxial numerical test using the contact dynamics method, *Journal of Geophysical Research*, 110: 1-24.
- Vatsala, A., Nova, R., & Murthy, B.R.S. 2001. Elastoplastic model for cemented soils, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 127(8): 679-687.