

Modelado numérico del comportamiento de un pilote sometido a fricción negativa y cargas accidentales

Juan Félix Rodríguez Rebolledo & Gabriel Auvinet
Instituto de Ingeniería, UNAM, México D.F., México



ABSTRACT

In this paper the effect of transient loads on negative skin friction developed along a friction pile in soil affected by regional subsidence is studied by the Finite Element Method. Typical Mexico City lake zone soil and piezometric conditions are considered.

RESUMEN

En este artículo se presenta un análisis mediante el Método de los Elementos Finitos, en el que se estudia las variaciones de la carga por fricción negativa cuando un pilote de fricción, que interactúa con el hundimiento regional, se somete a cargas accidentales. Se consideran condiciones estratigráficas y piezométricas típicas de la zona lacustre de la Ciudad de México.

1 INTRODUCCIÓN

En los suelos blandos de la Ciudad de México, los pilotes de fricción se han empleado para la reducción de asentamientos, comúnmente como complemento de un cajón de cimentación. De manera menos frecuente se han utilizado para tomar la carga total de la estructura y asegurar la estabilidad de la cimentación (diseño en términos de capacidad de carga). En todos los casos, se presenta una interacción compleja entre el suelo, los pilotes y la estructura, debido a que el suelo se encuentra sometido a un doble proceso de consolidación, producido por el peso de la estructura y por el abatimiento de las presiones intersticiales ocasionado por el intenso bombeo del agua del subsuelo de la ciudad. Desde finales del siglo XIX, la zona lacustre de la Ciudad de México ha sufrido hundimiento regional, que en algunas áreas ha excedido los 10m. En estas condiciones, no se recomienda el uso de pilotes de punta ya que se puede generar la emersión aparente de la estructura, y por tanto, la pérdida de confinamiento de la parte superior de los pilotes y daño a las construcciones vecinas. Por otra parte, cuando no se efectúa un diseño adecuado, las cimentaciones a base de pilotes de fricción pueden hundirse de manera excesiva, o por el contrario, emerger respecto al suelo circundante.

A nivel mundial, se han efectuado un número importante de estudios de campo relacionados con el desarrollo de fricción negativa en pilotes individuales (Plomp y Mierlo 1948, Bjerrum et al. 1969, Endo et al. 1969, Walter y Darvall 1972, Auvinet y Hanel 1981, Bozozuk 1981, Clemente 1981 y Fellenius 1998), y existe únicamente una publicación respecto a estudios de laboratorio de pilotes individuales (Leung et al., 2004) sometidos a estas difíciles condiciones.

Algunos autores como Zeevaert (1957; 1963), Reséndiz y Auvinet (1973), Auvinet y Díaz-Mora (1981), Alberro y Hernández (2000) y Rodríguez (2011), han propuesto modelos analíticos para el análisis y diseño de cimentaciones a base de pilotes de fricción que

interactúan con la consolidación regional. Actualmente, los modelos numéricos como el Método de los Elementos Finitos (MEF) ofrecen nuevas posibilidades para el análisis de cimentaciones sometidas a fricción negativa (Jeong et al. 1997, 2004, Auvinet y Rodríguez 2001, 2002, Lee y Charles 2004, Comodromos y Bareka 2005, Rodríguez 2011). Estos modelos permiten evaluar en forma detallada la magnitud de los esfuerzos desarrollados en la o las puntas y en el fuste de pilotes y las deformaciones consecuentes.

En este artículo se presenta un análisis, mediante el MEF, análogo a los estudios relacionados con pilotes de punta realizados por Fellenius (1998), Bozozuk (1981) y Leung et al. (2004). Se trata de estudiar las variaciones de la carga por fricción negativa cuando un pilote, en este caso de fricción, se somete a cargas accidentales, considerando condiciones estratigráficas y piezométricas típicas de la zona lacustre de la Ciudad de México.

2 ANTECEDENTES

2.1 Estudios de campo

Fellenius (1998) presenta los resultados de más de siete años de mediciones de la fricción negativa que se desarrolló en dos pilotes de concreto de 30cm de diámetro hincados hasta 52m de profundidad en un estrato formado por una arena limosa compacta. Los pilotes reforzaron a un estrato compresible de 40m de espesor formado por arcillas y limos. La fricción negativa medida se debió, tanto al desarrollo de un ligero hundimiento regional, de apenas 1mm/año; como al peso de un relleno que se colocó en la superficie alrededor de los pilotes.

En la Figura 1 se presentan parte de los resultados de las mediciones realizadas en uno de los pilotes instrumentados (Pilote II), para las distintas etapas de las pruebas, en un periodo de tiempo de aproximadamente siete años. Se puede observar que inmediatamente

después de la colocación del pilote ($t=0d$) se aprecia un incremento en la carga axial, debido a la re-consolidación del suelo, inducida por la disipación del exceso de presión de poro generada por el hincado. Durante la Etapa I, $t=495d$, se pone en evidencia el desarrollo de fricción negativa debida al hundimiento regional. Una vez adicionada la carga de la Etapa II (440kN) la fricción negativa para $t=520d$ prácticamente desaparece, entre la superficie y la celda M6, y es sustituida por la carga axial. Al dejar reposar al pilote, $t=850d$, la fricción negativa se comienza a recuperar; se observa que la carga axial máxima en el elemento crece de manera importante. Al agregar el segundo incremento de carga (800kN, Etapa III), la fricción negativa, además de desaparecer, se transforma en positiva, hasta la celda M6. De nuevo, al dejar reposar al pilote ($t=1922d$), la fricción negativa se recupera y la carga axial máxima en el elemento crece.

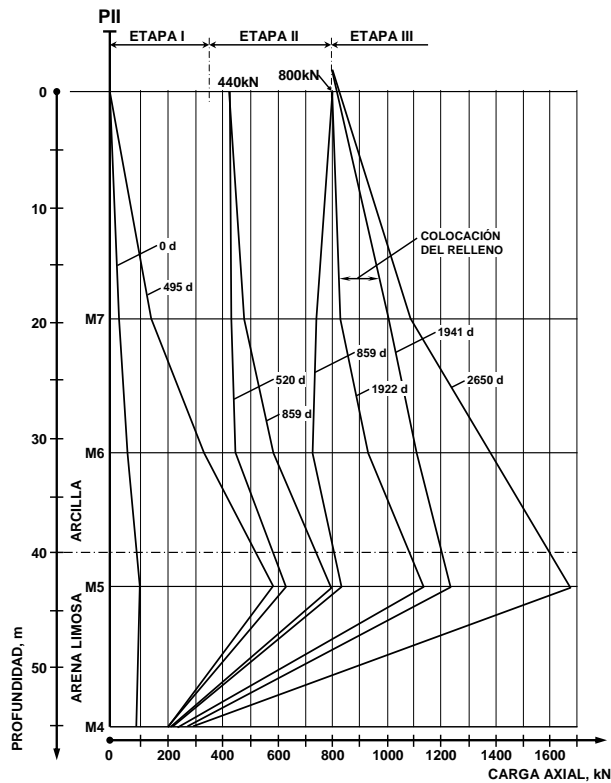


Figura 1. Carga axial en el Pilote II para las distintas etapas del ensaye (modificada a partir de Bjerin 1977)

En el año de 1981 Bozozuk presenta los resultados de una prueba de carga realizada en Canadá, en un pilote de acero de 49m de longitud y 32.4cm de diámetro, que fue sometido a diez años de fricción negativa debida a la consolidación de una arcilla marina de aproximadamente 73m de espesor, generada por la sobrecarga de un terraplén de arena fina de 10m de altura.

En la Figura 2 se presenta la variación con la profundidad de carga axial registrada en el pilote, tanto para la condición inicial, como para distintos incrementos de carga aplicada. Puede observarse que, después de

diez años de haber hincado el pilote, la carga axial máxima ($Q_{m\acute{a}x.}$) desarrollada fue del orden de los 1.52MN.

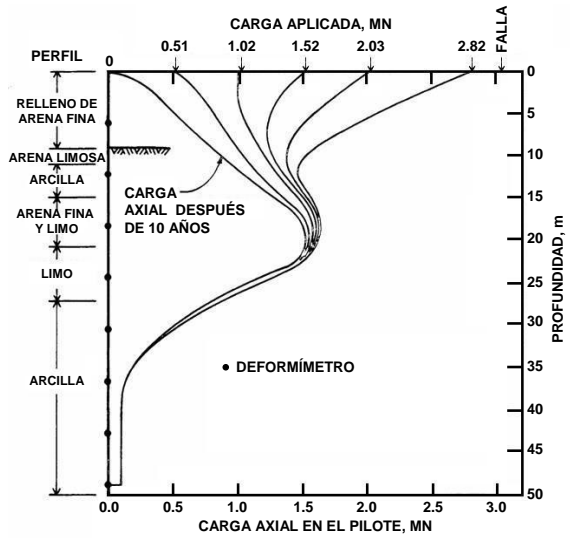


Figura 2. Distribución de carga en el pilote de prueba (Bozozuk 1981)

La prueba de carga se efectuó en dos etapas: en la primera se aplicó una carga externa igual a $Q_{m\acute{a}x.}$, en tres incrementos y en un periodo de 11 días, luego se retiró y se dejó reposar durante tres días; para la segunda etapa la carga se incrementó hasta $2Q_{m\acute{a}x.}$, también en tres incrementos y en un periodo de siete días.

Puede observarse que los resultados obtenidos son similares a los reportados por Fellenius, ya que se concluye que la carga axial máxima generada a la profundidad del nivel neutro ($Q_{m\acute{a}x.}$) debida a los 10 años de fricción negativa, puede considerarse como una precarga que es capaz de responder a cargas transitorias de poca duración. Para cargas superiores a $Q_{m\acute{a}x.}$ se desarrolló fricción positiva en la parte superior del elemento, los desplazamientos del pilote se incrementaron considerablemente e inclusive se llegó a la falla para $2Q_{m\acute{a}x.}$

2.2 Estudio de laboratorio

Lung et al. (2004) presentan los resultados de ensayos de modelos a escala para centrífuga con el propósito de investigar el desarrollo de la fricción negativa en pilotes instalados en un medio formado por arcillas blandas, que se consolidan por peso propio y por la colocación de un relleno de arena superficial. Asimismo, se estudió el comportamiento del pilote bajo el efecto combinado de fricción negativa y carga axial.

El estudio consistió en la modelación del comportamiento de un pilote hueco instrumentado de 27m de longitud y 1.6m de diámetro, colocado en un medio formado por una arcilla blanda de 16m de espesor y recargando su punta en una arena compacta de 8m de espesor.

En la Figura 3 se presentan parte de los resultados publicados del ensaye en el que se analizó el efecto combinado de la fricción negativa y la carga externa

sobre el pilote. La primera curva de izquierda a derecha representa la carga axial medida en el pilote al final de la consolidación de la arcilla por peso propio, después de esta se observa su evolución al colocar, en incrementos, una carga externa del orden de los 4,750kN, que equivale a un 50% de la resistencia última del pilote. Inmediatamente después se colocó una sobrecarga de arena y se dejó hasta el final de la consolidación de la arcilla (83 meses).

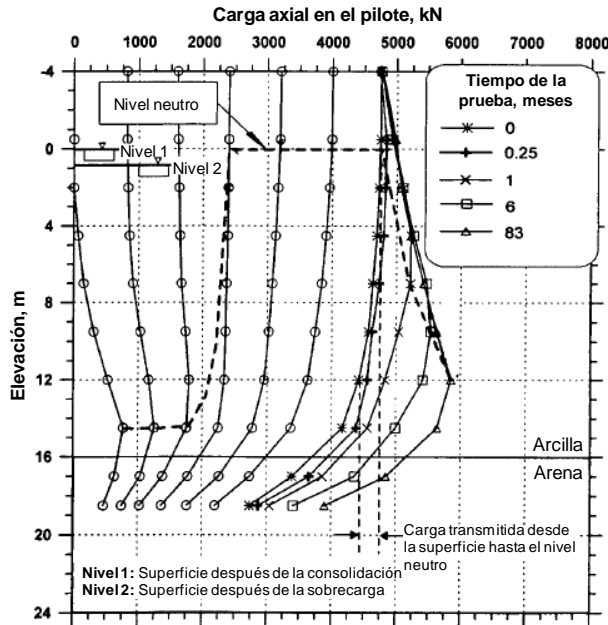


Figura 3. Efecto de la aplicación de la carga axial en la elevación del nivel neutro (Leung et al., 2004)

Se confirman los resultados obtenidos en campo, respecto a que la carga por fricción negativa es sustituida paulatinamente por la carga aplicada e inclusive, para valores relativamente altos, se transforma en fricción positiva. Asimismo, se observa que la elevación del nivel neutro permanece constante hasta que se anula la carga por fricción negativa y se levanta hasta la superficie para cargas iguales o superiores a los 2400kN. Cuando se coloca la sobrecarga, de nuevo se incrementa la carga axial máxima debido a la fricción negativa.

3 MODELADO NUMÉRICO

3.1 Condiciones estratigráficas y propiedades de los consideradas

Con el propósito de poder considerar condiciones estratigráficas típicas de áreas en desarrollo de la zona lacustre de la Ciudad de México, se utilizó la información de estudios de mecánica de suelos proveniente del oriente de la ciudad, cerca del ex-lago de Texcoco.

La información para la definición de la estratigrafía se obtuvo de la base de datos del Sistema de Información Geográfica del Instituto de Ingeniería de la UNAM (SIG, 2008).

El perfil estratigráfico propuesto para el modelado numérico se muestra en la Figura 4 y en la Tabla 1 las propiedades consideradas. Se puede observar que el perfil estratigráfico está formado prácticamente por ocho estratos. Superficialmente, hasta 2m de profundidad, se tiene la denominada Costra Seca, formada por arcillas de consistencia muy rígida con un contenido de agua medio, w , de 55%, y una alta carga de preconsolidación debida a ciclos de humedecimiento y secado. Hasta 5m de profundidad, le sigue la Costra, esta capa también está constituida por una arcilla pre-consolidada, pero por debajo del nivel de aguas freáticas; su consistencia va de media a semirígida y el w medio es de 170%. De 5 a 29m de profundidad, se tiene la Formación Arcillosa Superior (FAS); está constituida por arcillas altamente compresibles de consistencia muy blanda. Para fines de este trabajo, la FAS se dividió en tres partes, en función del contenido de agua y del nivel de pre-consolidación: la FAS #1 presenta un w medio de 340% y una relación de sobre-consolidación, OCR , (esfuerzo de pre-consolidación / esfuerzo efectivo vertical) de 1.6; la FAS#2 presenta un w medio de 350% y un OCR de 1.1 y la FAS#3 un w medio de 270% y un OCR de 1.1. Con un espesor de 2m, sigue la denominada Capa Dura, formada por arenas arcillosas de compacidad densa a muy densa y con un w medio de 30%. De 32 a 40m de profundidad, le subyace la Formación Arcillosa Inferior (FAI), compuesta también por arcillas altamente compresibles de consistencia blanda, intercaladas con algunos lentes de arcillas arenosas y w medio de 140%. Finalmente, se presentan los depósitos profundos, constituidos por arenas y gravas limosas de compacidad muy densa y w medio de 40%.

Para simular el comportamiento de la Costra Seca, de la Costra y de la Capa Dura, se utilizó el modelo Mohr-Coulomb y para los estratos arcillosos el Soft Soil (Brinkgreve 1994).

Los valores de ϕ' se obtuvieron de pruebas triaxiales tipo CD y CU (consolidadas-drenadas y consolidadas-no drenadas, respectivamente) publicadas por Marsal y Mazari (1959), Marsal y Salazar (1960), Lo (1962), Alberro e Hiriart (1973) y Villa (2004). Los valores de λ^* , κ^* y POP , se obtuvieron de pruebas de consolidación unidimensional de varios estudios de mecánica de suelos del SIG (2008) y se calibraron con algunas pruebas de consolidación triaxial publicadas por Díaz-Rodríguez (1992) y Villa (2004).

Los valores del coeficiente lateral de presión de tierras en reposo normalmente consolidado, K_0^{NC} , se estimaron a partir de la fórmula de Jaky (1944) y el coeficiente K_0 (coeficiente lateral de presión de tierras en reposo) se obtuvo mediante la ecuación propuesta por Mayne y Kulhaway (1982).

3.2 Estado inicial de esfuerzos y condiciones piezométricas

En la Figura 5 se presentan los esfuerzos verticales efectivos iniciales considerados en el modelo numérico. Se calcularon los esfuerzos geostáticos a partir del

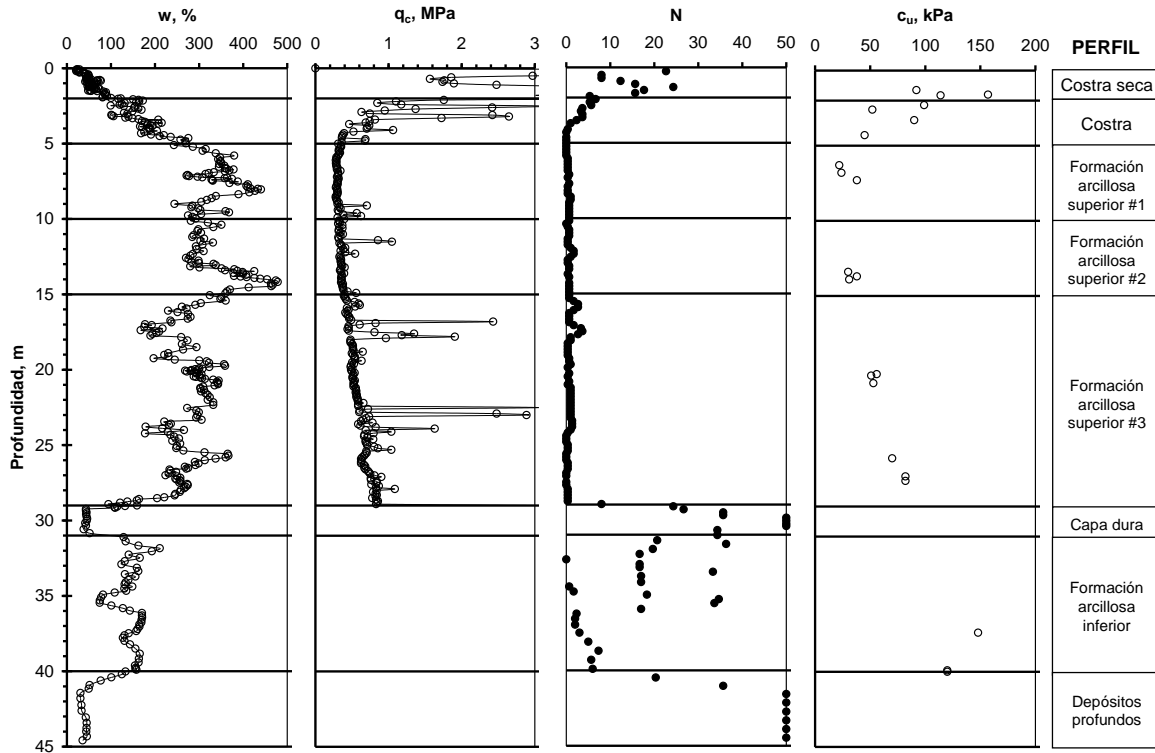


Figura 4. Perfil estratigráfico considerado para el modelado numérico

producto del espesor de cada estrato por su peso volumétrico efectivo, asumiendo que el Nivel de Aguas Freáticas, NAF, se encuentra a una profundidad media de 2m. El esfuerzo efectivo inicial se calculó sumándole al esfuerzo geostático el abatimiento de las presiones intersticiales inicial, que se indica en la Figura 6.

Tabla 1. Propiedades consideradas

Estrato	γ kN/m ³	λ^*	κ^*	POP kPa	ν	ϕ °	K_0	K_0^{NC}	E kPa
1	14.5	---	---	---	0.25	55	1.17	---	4,825
2	12.0	---	---	---	0.25	47	0.82	---	3,444
3	11.4	0.35	0.021	25	0.30	43	0.44	0.32	---
4	11.1	0.30	0.021	5	0.30	40	0.38	0.36	---
5	11.5	0.33	0.018	10	0.30	40	0.38	0.36	---
6	18.0	---	---	---	0.33	45	0.29	---	10,000

1=Costra seca, 2=Costra, 3=FAS#1, 4=FAS#2, 5=FAS#3, 6=Capa dura

Los esfuerzos de preconsolidación se estimaron a partir de ensayos de consolidación unidimensional. La costra seca muestra evidencias de sobre-consolidación importante, debido a ciclos de humedecimiento y secado a los que fue sometida. Por lo anterior, se decidió representar el comportamiento de esta capa con el modelo Mohr-Coulomb. La ligera sobre-consolidación observada en la FAS, se debe a variaciones en la profundidad del NAF durante las temporadas de lluvia y de sequía.

La profundidad del NAF y el perfil de presiones de poro inicial se obtuvieron de mediciones realizadas en tubos de observación y piezómetros abiertos de varios

estudios de mecánica de suelos obtenidos del SIG (2008). Dichos piezómetros están instalados en lentes permeables a distintas profundidades de la FAS y en la Capa Dura. Se considera este valor inicial de la presión de poro como un abatimiento moderado representativo de la zona de estudio. Para los análisis se utilizaron las hipótesis de abatimiento piezométrico futuro mostradas en la Figura 6. La hipótesis definida como Aba. #1 representa a un abatimiento moderado típico de la zona, y la definida como Aba. #2, representa un caso extremo, pero posible de abatimiento.

3.3 Características del modelo numérico

Los ensayos de campo y laboratorio que se han realizado en pilotes aislados sometidos a fricción negativa pueden modelarse por medio del MEF bidimensional considerando el carácter axisimétrico del problema.

Se efectuó el modelado numérico de un pilote de fricción aislado de 50cm de diámetro y 25m de longitud, colocado en condiciones estratigráficas y piezométricas típicas de la zona lacustre de la Ciudad de México. La malla de elementos finitos desarrollada es la que se muestra en la Figura 7.

Después de realizar un análisis de sensibilidad, se determinó que para poder obtener resultados suficientemente confiables, es aceptable utilizar elementos triangulares de 15 nodos, elementos de interfaz pilote-suelo con cinco pares de nodos, efectuando un refinado de la malla alrededor de la punta del pilote y a lo largo del fuste y colocando la frontera lateral a una distancia de 10m, medida a partir del eje de axisimetría. Para todos los estratos, se consideró un

valor unitario del factor de reducción de la interfaz. Las fronteras laterales de la malla se restringieron en dirección horizontal, mientras que la inferior en ambos sentidos.

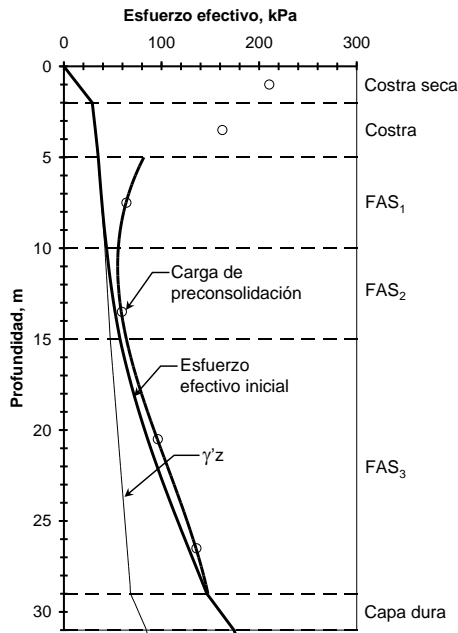


Figura 5. Estado inicial de esfuerzos

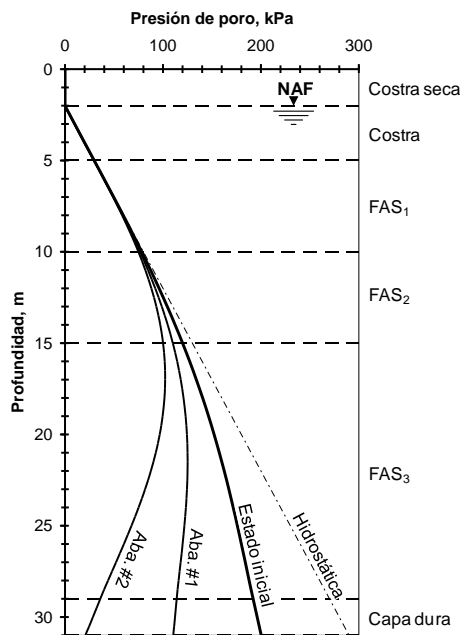


Figura 6. Condiciones piezométricas

El modelado se efectuó en términos de los esfuerzos efectivos considerando parámetros drenados y condiciones iniciales no-drenadas.

Las etapas para el análisis fueron las siguientes:

Etapas 1. Consolidación por peso del pilote

Etapas 2. Consolidación por abatimiento moderado de las presiones intersticiales (Figura 6, Aba. #1)

Etapas 3. Aplicación, en condiciones no-drenadas, de cargas sobre la cabeza del pilote en incrementos de 100kN, hasta alcanzar los 500kN

Etapas 4. Consolidación por la carga de 500kN

Etapas 5. Consolidación por abatimiento extremo de las presiones intersticiales (Figura 6, Aba. #2)

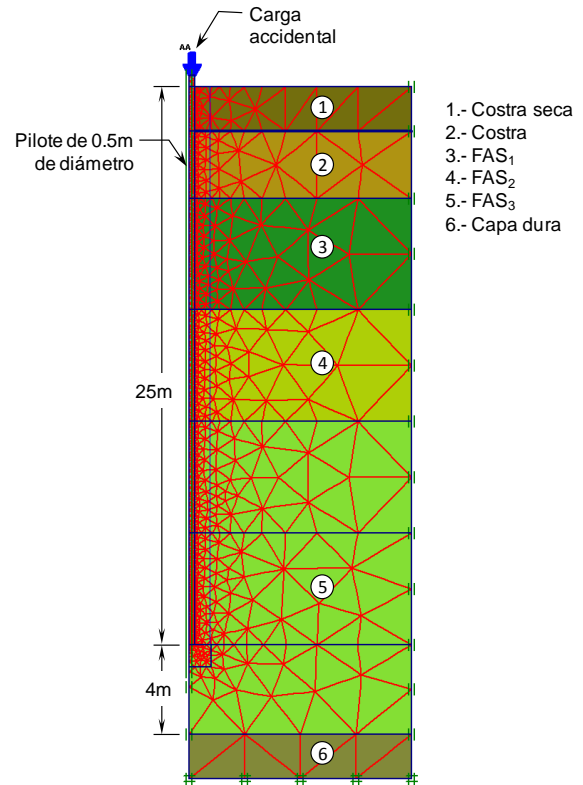


Figura 7. Malla de elementos finitos

3.4 Resultados obtenidos

Como parte de los resultados obtenidos, en la Figura 8 se presenta la gráfica de la variación de la carga transmitida por el pilote (Q_{pilote}) con la profundidad, para las distintas etapas del análisis. De estos resultados se puede observar lo siguiente:

- Para la Etapa 1, el peso del pilote genera una carga axial que va incrementándose con la profundidad hasta un valor máximo de 90kN.
- En la Etapa 2, el nivel neutro se mantiene prácticamente constante a unos 20m de profundidad (nivel neutro #1) para los distintos grados de consolidación ($U = 20$ a 100%) del abatimiento piezométrico.
- Al ir incrementando la sobrecarga (Etapa 3), se observa como gradualmente una parte importante de la carga por fricción negativa es substituida por dicha carga; inclusive, para valores superiores a los 300kN, se aprecia el desarrollo de un segundo

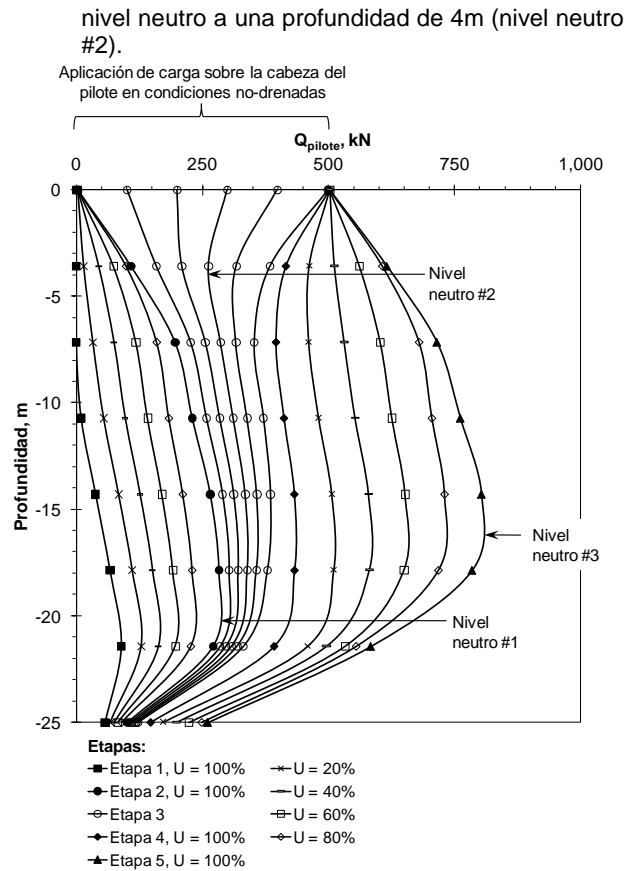


Figura 8. Variación de la carga axial con la profundidad para las distintas etapas del análisis

- Conforme se desarrolla el segundo abatimiento piezométrico (Etapa 5), la fricción positiva generada en la parte superior del pilote por la sobrecarga, tiende a anularse. Al avanzar el proceso de consolidación, el nivel neutro se estabiliza a 16.5m de profundidad (nivel neutro #3).
- Existe una disminución importante de la profundidad del nivel neutro para la Etapa 5 (nivel neutro #3) en comparación con la Etapa 2 (nivel neutro #1), debido a que las condiciones iniciales de carga, para ambas etapas, son distintas.

Debido a lo anterior, es posible concluir que existen similitudes importantes entre los resultados aquí expuestos con los obtenidos por Bjerin, Bozozuk y Leung para pilotes de punta. Una de las más significativas es que una parte importante de la fuerza por fricción negativa generada puede ser substituida por sobrecargas e inclusive la fricción negativa puede transformarse en positiva.

Los análisis anteriores y los resultados presentados por los autores mencionados permiten afirmar que, para el diseño de pilotes, resulta exageradamente conservador sumar el efecto de la fricción negativa con el de las cargas accidentales.

El análisis también confirma que la profundidad del nivel neutro tiende a estabilizarse conforme lo hace el proceso de consolidación, asimismo, se comprueba que

la profundidad de dicho nivel depende significativamente de las condiciones iniciales de carga del pilote.

En las curvas de la Figura 9 se observa el desplazamiento obtenido en la cabeza del pilote al ir incrementando la sobrecarga, para un pilote sometido a fricción negativa por abatimiento piezométrico y para un pilote no sometido a esta condición, respectivamente. Puede observarse que, en el primer caso, el pilote desarrolla un comportamiento elástico (relación carga-desplazamiento lineal) hasta prácticamente los 500kN, es decir, hasta que la fuerza aplicada sobrepasa la carga por fricción negativa máxima desarrollada en el pilote. Este comportamiento es similar al de un elemento precargado (Fellenius 1998) y, por tanto, los desplazamientos obtenidos son apreciablemente menores que cuando no se considerara el efecto del abatimiento.

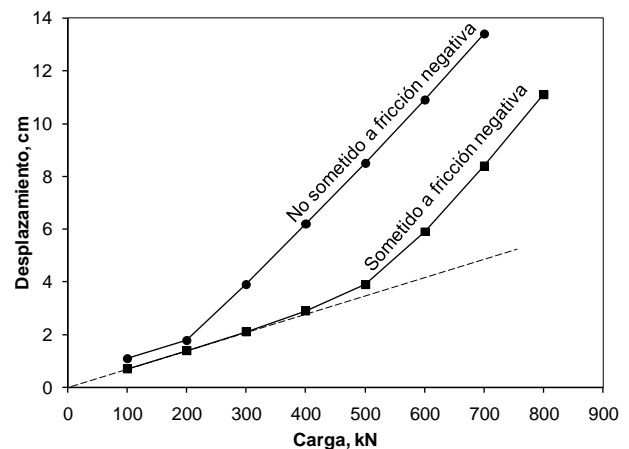


Figura 9. Curvas carga-desplazamiento en la cabeza de un pilote sometido y de otro no sometido a fricción negativa por abatimiento piezométrico

4 CONCLUSIONES

Se presenta un análisis, mediante el MEF axisimétrico, análogo a los estudios de campo efectuados por Fellenius (1998) y Bozozuk (1981) y de laboratorio efectuados por Leung et al. (2004). Se estudian las variaciones de la carga por fricción negativa cuando un pilote, en este caso de fricción, se somete a cargas accidentales, considerando condiciones estratigráficas y piezométricas típicas de la zona lacustre de la Ciudad de México. Las conclusiones principales obtenidas de dicho análisis son las siguientes:

- Existen similitudes importantes entre los resultados obtenidos del modelado con los reportados por Fellenius, Bozozuk y Leung. Una de las más significativas es que una parte importante de la fuerza por fricción negativa generada puede ser substituida por sobrecargas e inclusive la fricción negativa puede transformarse en positiva.
- Se confirma que, para el diseño de pilotes, resulta exageradamente conservador sumar el efecto de

la fricción negativa con el de las cargas accidentales.

- Se confirma también que la profundidad del nivel neutro tiende a estabilizarse conforme lo hace el proceso de consolidación, asimismo, se comprueba que la profundidad de dicho nivel depende significativamente de las condiciones iniciales de carga del pilote.
- Se observa que cuando el pilote se somete a un abatimiento inicial de las presiones intersticiales, al aplicar incrementos de cargas en la cabeza del elemento, su comportamiento es prácticamente elástico hasta que dicha carga sobrepasa la fuerza por fricción negativa máxima desarrollada inicialmente en el elemento. Este comportamiento es similar al de un elemento precargado y, por tanto, los desplazamientos obtenidos son apreciablemente menores que cuando no se considerara el efecto del abatimiento inicial.

REFERENCIAS

- Alberro, J. y Hernández, R. 2000. Proceso de consolidación y fricción negativa inducida, en pilas, pilotes y muros, *Series del Instituto de Ingeniería*, UNAM, No. 619.
- Alberro, J. e Hiriart, G. 1973. Resistencia a largo plazo de las arcillas del Valle de México", *Series del Instituto de Ingeniería*, UNAM, No. 317.
- Auvinet, G. y Díaz-Mora, C. 1981. Programa de computadora para predecir movimientos verticales de cimentaciones, *Series del Instituto de Ingeniería*, UNAM, No. 438.
- Auvinet, G. y Hanel, J.J. 1981. Negative skin friction on piles in Mexico City clay, *Proc. 10th ICSMFE*, Stockholm, 2: 599-604.
- Auvinet, G. y Rodríguez, J.F. 2002. Modeling of friction piles in consolidating soils, *Proc. Int. Deep Found. Cong.*, ASCE, Orlando: 224-235.
- Auvinet, G. y Rodríguez, J.F. 2001. Friction Piles in Consolidating Soils, *Proc. 15th ICSMGE*, Istanbul, 2: 843-846.
- Bjerin, L. 1977. Dragloads on long concrete piles, *Swedish Geotechnical Institute*, Report 2.
- Bjerrum, L. Johannessen, I.J. y Eide, O. 1969. Reduction of negative skin friction on steel piles to rock, *Proc. 7th ICSMFE*, México, 2: 27-34.
- Bozozuk, M. 1981. Bearing capacity of pile preloaded by downdrag, *Proc. 10th ICSMFE*, Stockholm, 2: 631-636.
- Brinkgreve, R.B. 1994. Geomaterial models and numerical analysis of softening, Doctoral Dissertation, Delft University of Technology, The Netherlands.
- Clemente, F.M. 1981. Downdrag on bitumen coated piles in a warm climate, *Proc. 10th ICSMFE*, Stockholm, 2: 673-676.
- Comodromos, E.M. y Bareka, S.V. 2005. Evaluation of negative skin friction effects in pile foundations using 3D nonlinear analysis, *Comp. and Geotech. J.*, 32: 210-221.
- Díaz-Rodríguez J.A., Lerouiel S. y Aleman J.D. 1992. Yielding of Mexico City clay and other natural clays, *J. Geotech. Engng. ASCE*, 118(7): 981-995.
- Endo, M., Minou, A., Kawasaki, T. y Shibata, T. 1969. Negative skin friction acting on steel pipe pile in clay, *Proc. 7th ICSMFE*, Mexico City, 2: 85-92.
- Fellenius, B.H. 1998. Recent advances in the design of piles for axial loads, dragloads, downdrag and settlement, *ASCE and Port of NY&NJ Seminar*: 18p.
- Jaky, J. 1944. The coefficient of earth pressure at rest, *J. Society Hungarian Arch. and Eng.*: 355-358.
- Jeong, S., Kim, S. y Briaud, J.L. 1997. Analysis of downdrag on pile groups by the finite element method, *Comp. and Geotech. J.*, 21(2): 143-161.
- Jeong, S., Lee, J. y Lee, C. J. 2004. Slip effect at the pile-soil interface on dragload, *Comp. and Geotech. J.*, 31: 115-126.
- Lee, C.J. y Charles, W.W. 2004. Development of downdrag on piles and pile groups in consolidating soil. *J. Geotech. and Geoenv. Engng.*, 130(9): 905-914.
- Leung, C.F., Liao, B.K., Chow, Y.K., Shen, R.F. y Kog, Y.C. 2004. Behavior of pile subject to negative skin friction and axial load, *Soils and Foundations*, Japanese Geotechnical Society, 6(44): 17-26.
- Lo, K.Y. 1962. Shear strength properties of a sample of volcanic material of the Valley of Mexico, *Geotechnique*, 12: 303-319.
- Marsal, R.J. y Mazari, M. 1959. El subsuelo de la Ciudad de México, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Marsal, R.J. y Salazar, J. 1960. Pore pressure and volumetric measurement in triaxial compression tests, *Research conference on shear strength on cohesive soils*, ASCE, Boulder, Colorado: 965-983.
- Mayne, P.W. y Kulhawy, F.H. 1982. K_0 -OCR relationships in soil, *J. Geotech. Engng. ASCE*, 108, GT6: 851-872.
- Plomp, A. y Mierlo, W.C. 1948. Special problems, Effects of drainage by well points on pile foundations, *Proc. 2nd ICSMFE*, Rotterdam, 4: 141-148.
- Reséndiz, D. y Auvinet, G. 1973. Analysis of pile foundations in consolidating soils, *Proc. 8th ICSMFE*, Moscow, 2: 211-218.
- Rodríguez, J.F. 2011. Modelado del comportamiento de pilotes e inclusiones sometidos a consolidación regional, en la zona lacustre de la Ciudad de México, Tesis doctoral, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- SIG 2008. Sistema de Información Geográfica, Laboratorio de Geoinformática, Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Villa, R. 2004. Aplicación del principio de proporcionalidad natural para describir el comportamiento esfuerzo-deformación de la arcilla del Valle de México sometida a ensayos de compresión triaxial drenados y no drenados, en estado preconsolidado, Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- Walker, L.K. y Darvall, P.P. 1972. Dragdown on coated and uncoated piles, *Proc. 8th ICSMFE*: 257-262.
- Zeevaert, L. 1963. Foundation problems related to ground surface subsidence in Mexico City, *ASTM (STP)*, 322: 57-66.

Zeevaert, L. 1957. Compensated friction-pile foundation to reduce the settlements of buildings on the highly compressible volcanic clay of Mexico City, *Proc. 4th ICSMFE*, London, 2: 81-86.