

Estudio del comportamiento de un muro de gravedad sometido a cargas originadas por un sismo en Perú



Bustamante, T. & Romanel, C.

Departamento de Ingeniería Civil – Pontificia Universidad Católica del Rio de Janeiro, RJ, Brasil

ABSTRACT

The possibility of the occurrence of severe earthquakes is a major concern of the civil engineering in Peru, a country situated in a very active seismic region of the globe. Specifically in the case of retaining (gravity) walls the design techniques employed in Perú are based on the classical pseudo-static method of Mononobe-Okabe and, in to lesser extent, on Richards-Elms method based on the allowable permanent displacement of these structures. In this work results from both methods are compared with finite element analyses considering the behavior of a gravity wall submitted to the 1974 Lima earthquake (magnitude 7.2). The advantages and limitations of these analyses are discussed, with the objective to draw the attention of the design engineer to points that should be carefully consider when planning the construction of retaining walls in a zone of seismic activity, especially in Lima-Peru.

PRESENTACIONES TÉCNICAS

La posibilidad de ocurrir terremotos es una de las principales preocupaciones de la ingeniería civil en el Perú, un país situado en una región del globo sísmicamente muy activa. Específicamente en el caso de los muros de contención (muros de gravedad) las técnicas de diseño empleadas en el Perú son basadas en el clásico método pseudo-estático de Mononobe-Okabe y, en menor medida el método de Richards-Elms basado en el desplazamiento permanente permitido para estas estructuras. En este trabajo los resultados de ambos métodos son comparados con análisis de elementos finitos considerando el comportamiento de un muro de gravedad sometido a un sismo ocurrido en la ciudad de Lima en 1974 (magnitud 7.2). Las ventajas y limitaciones de estos análisis son discutidos, con el objetivo de mostrar al ingeniero de diseño los principales puntos a considerar, cuando es planificada la construcción de muros de contención en una zona sísmicamente activa, como es la ciudad de Lima (Perú).

1 INTRODUCCIÓN

En el Perú, el comportamiento de las estructuras de contención es considerado un problema geotécnico importante, debido a su intensa actividad sísmica. La falla de estas estructuras puede causar grandes daños en caminos, presas, industrias, etc., poniendo en riesgo vidas humanas así como graves problemas económicos, sociales y ambientales. Por este motivo, es esencial asegurar el buen desempeño de estas estructuras bajo condiciones adversas durante su vida útil.

Investigadores alrededor del mundo conducen investigaciones analíticas y experimentales con el propósito de desenvolver y perfeccionar métodos de proyecto sísmico para estas estructuras. Estas investigaciones se dedican principalmente a responder las siguientes preguntas relacionadas al comportamiento dinámico de las estructuras de contención durante terremotos:

- ¿Cuál es la magnitud total (estática + dinámica) del empuje del suelo sobre estructuras de contención y como este se relaciona, cuantitativa y cualitativamente, con el registro sísmico y el movimiento de la estructura?
- ¿Como una estructura de contención se comporta durante un terremoto y cuáles son las magnitudes de sus movimientos?

- ¿Cuál es la influencia de la resistencia del suelo en los movimientos de traslación y rotación de una estructura de contención?

Este trabajo presenta una revisión de algunos métodos propuestos en la literatura para el proyecto de muros de gravedad bajo cargas sísmicas, buscando a través de un análisis numérico, comparar los resultados obtenidos con la aplicación de los distintos enfoques de cálculo.

2 COMPORTAMIENTO ESTÁTICO

Los métodos de equilibrio límite son bastante aplicados en el análisis del comportamiento estático de las estructuras de contención, taludes de suelo, capacidad de carga de fundaciones, etc., en parte debido a la simplicidad matemática de la formulación y también por la larga y continua experiencia en el uso de los métodos de equilibrio límite en proyectos de estructuras geotécnicas. Particularmente, en el caso de los muros de gravedad, se destacan los siguientes métodos:

2.1 Método de Rankine (1857)

En el caso de un muro de gravedad de cara vertical que contiene un macizo de suelo granular de peso específico

γ con superficie horizontal, el método de Rankine admite una distribución triangular de las tensiones horizontales sobre la cara del muro, con una resultante P_A (empuje activo, ecuación 1) localizada en el centroide de este triángulo, en la posición $H/3$ a partir de la base de la estructura, siendo H la altura del muro.

$$P_A = \frac{1}{2} K_A \gamma H^2 \quad [1]$$

Donde el coeficiente de empuje activo K_A esta expresado en función del ángulo de fricción del suelo ϕ por:

$$K_A = \frac{1 - \text{sen}\phi}{1 + \text{sen}\phi} = \tan^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \quad [2]$$

2.2 Método de Coulomb (1776)

Considerando el muro de gravedad representado en la Figura 1, el equilibrio de las fuerzas actuantes sobre una cuña de suelo granular resulta en la siguiente expresión para el empuje activo:

$$P_A = \frac{1}{2} K_A \gamma H^2 \quad [3]$$

Con el coeficiente de empuje activo K_A definido por:

$$K_A = \frac{\cos^2(\phi - \theta)}{\cos^2 \theta \cos(\delta + \theta) \left[1 + \frac{\text{sen}(\delta + \phi) \text{sen}(\phi - \beta)}{\cos(\delta + \theta) \cos(\beta - \theta)} \right]^2} \quad [4]$$

Donde δ es el ángulo de fricción de la interface suelo – muro y los ángulos β e θ son indicados en la Figura 1.

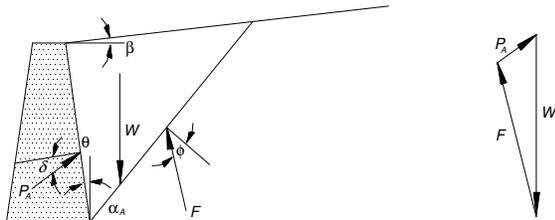


Figura 1. Cuña de suelo activa (izquierda); polígono de las fuerzas actuantes sobre la cuña de suelo (derecha) – Kramer (1996).

3 COMPORTAMIENTO DINÁMICO

La respuesta dinámica de las estructuras de contención es compleja. Valores de desplazamiento y de tensiones dependen del comportamiento del terreno, del suelo de fundación, de la inercia y la rigidez de la estructura, de las características del registro sísmico, etc.

Como sugerido por Stadler (1996), las soluciones para el problema del comportamiento dinámico de las estructuras de contención pueden ser clasificadas en tres grandes categorías, dependiendo de la magnitud anticipada del movimiento de la estructura: métodos rígido-plásticos, elásticos y elastoplásticos. El empleo de métodos elásticos presupone que ocurren pequeños movimientos, en tanto que la utilización de métodos rígido-plásticos (equilibrio límite) asume que estos movimientos son bastantes significativos. En el caso de movimientos moderados, formulaciones elastoplásticas, utilizadas en conjunto con el método de elementos finitos, pueden ser empleadas para obtener soluciones aproximadas del problema. Cual sea el caso, se observa que en cualquiera de estos métodos son adoptadas hipótesis simplificadoras para la construcción de modelos matemáticos, pudiendo el comportamiento real de la estructura presentar importantes diferencias en relación a los resultados previstos.

3.1 Método de Mononobe-Okabe (1929)

Los métodos rígido-plásticos, o pseudo-estáticos, están basados en el equilibrio de fuerzas, determinan los valores de las fuerzas actuantes sobre el muro de gravedad, así como sus respectivos puntos de aplicación, posibilitando el cálculo de un factor de seguridad contra la falla de la estructura. Un método pseudo-estático clásico es el actualmente conocido como Mononobe-Okabe.

Las fuerzas actuantes sobre una cuña de suelo granular seco, son mostradas en la Figura 2. Adicionalmente a las fuerzas estáticas consideradas en la Figura 1 del método de Coulomb (1776), el equilibrio de fuerzas ahora envuelve las fuerzas pseudo-estáticas equivalentes a las fuerzas de inercia (pero en sentido contrario, de acuerdo con el principio de d'Alembert) con componente horizontal y vertical $k_h W$ y $k_v W$, donde k_h e k_v son los llamados coeficientes sísmicos.

El empuje activo total P_{AE} puede ser expresado de manera similar a la condición estática (Ecuación 3), considerando el coeficiente de empuje activo K_{AE} :

$$P_{AE} = \frac{K_{AE} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot (1 - k_v)}{2} \quad [5]$$

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(\phi - \theta - \psi)}{\cos(\psi) \cdot \cos^2(\theta) \cdot \cos(\delta + \theta + \psi) \cdot \left(1 + \frac{\text{sen}(\delta + \phi) \cdot \text{sen}(\phi - \beta - \psi)}{\cos(\delta + \theta + \psi) \cdot \cos(\beta - \theta)} \right)^2} \quad [6]$$

$$\text{Donde } \phi - \beta \geq \psi \text{ con } \psi = \tan^{-1} \left[\frac{k_h}{1 - k_v} \right]$$

El empuje activo total P_{AE} (Ecuación 7) puede ser subdividido en la componente estática P_A (Ecuación 3) y en una componente pseudo-estática:

$$P_{AE} = P_A + \Delta P_{AE} \quad [7]$$

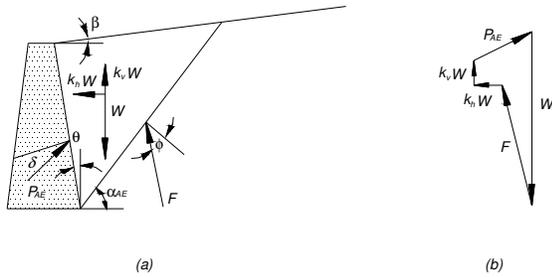


Figura 2. a) Fuerzas actuantes sobre una cuña de suelo activa en el método de Mononobe-Okabe; b) polígono de fuerzas incluyendo las fuerzas pseudo-estáticas $k_h W$ y $k_v W$ (Kramer, 1996).

Admitiendo que la componente estática actúa en la posición $H/3$, mencionada anteriormente, Seed y Whitman (1970) recomiendan que la componente pseudo-estática este ubicada a una distancia $0.6 H$ a partir de la base de la estructura. Así, la posición h del punto de aplicación de la fuerza resultante (empuje activo total P_{AE}) es calculada por una media ponderada,

$$h = \frac{P_A \cdot \frac{H}{3} + \Delta P_{AE} \cdot 0.6 \cdot H}{P_{AE}} \quad [8]$$

Seed y Withman (1970) concluyen también que las aceleraciones verticales (es decir el coeficiente sísmico k_v) pueden ser ignoradas cuando es utilizado el método Mononobe-Okabe para el cálculo de empuje activo en proyectos de muros de gravedad típicos.

3.2 Método de Richards-Elms (1979)

Las estructuras de contención deben presentar estabilidad cuando en ellas son aplicadas cargas dinámicas y, adicionalmente, no deben sufrir desplazamientos permanentes excesivos después del final de la excitación, que puedan comprometer su utilidad.

Richards y Elms (1979) propusieron un método para el análisis sísmico de muros de gravedad basado en desplazamientos permanentes de manera análoga al tradicional método de Newmark (1965) para estimar los desplazamientos permanentes en taludes de suelo sometidos a cargamentos sísmicos.

En la figura 3, entre los puntos "o" y "a" las aceleraciones del suelo y de la estructura son iguales. A partir del punto "a", cuando el factor de seguridad pseudo-estático contra el desplazamiento de la base alcanza el valor crítico 1, la estructura se mueve con aceleración de fluencia a_y constante, y el suelo con aceleraciones superiores entre los puntos "a" y "b". Esta diferencia entre valores de aceleración integrada una vez en el tiempo $a \leq t \leq b$ producirá velocidades relativas de la estructura y, con una integración adicional en el mismo intervalo de tiempo, desplazamientos relativos permanentes de la estructura, como se ilustra en la Figura 3.

Del punto "b" al punto "c", las velocidades del suelo y de la cortina coinciden, pero la estructura representa

valores de velocidad y desplazamientos permanentes relativos entre los puntos "c" y "d" cuando la aceleración horizontal del suelo supera nuevamente el valor de la aceleración de fluencia establecida para la estructura.

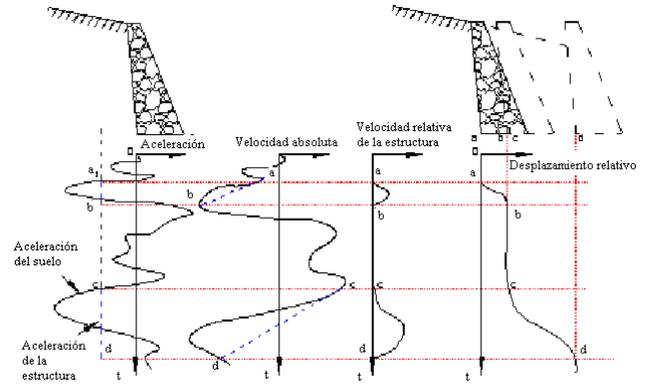


Figura 3. Esquema para el cálculo de los desplazamientos permanentes de una estructura de contención (Richards y Elms, 1979).

La aplicación del método de Richards y Elms necesita de la estimativa de la aceleración de fluencia a_y de la estructura. Para el muro de gravedad con peso W_w de la Figura 4, cuando la cuña de suelo activa sea sometida a una aceleración suficientemente grande para causar el desplazamiento del muro sobre su base, las ecuaciones de equilibrio dinámico permiten deducir las siguientes expresiones en la inminencia del movimiento,

$$T = \frac{a_y}{g} W_w + P_{AE} \cos(\delta + \theta) \quad [9]$$

$$N = W_w + P_{AE} \sin(\delta + \theta) \quad [10]$$

Considerando $T = Nt \phi_b$, donde ϕ_b es el ángulo de fricción del suelo de fundación, es posible determinar la aceleración de fluencia a_y por

$$a_y = \left[\tan \phi_b - \frac{P_{AE} \cos(\delta + \theta) - P_{AE} \sin(\delta + \theta)}{W_w} \right] g \quad [11]$$

Richards y Elms (1979) recomiendan que P_{AE} sea calculado por el método de Mononobe-Okabe que, a su vez también necesita previamente del valor de a_y para ser aplicado. La solución de la ecuación 11 debe por tanto, ser realizada de forma iterativa.

Utilizando el método de la doble integración en el tiempo, mencionado anteriormente, Richards y Elms (1979) propusieron la siguiente correlación para determinar los desplazamientos permanentes del muro de gravedad.

$$d_{perm} = 0.087 \frac{v_{max}^2 \cdot a_{max}^3}{a_y^4} \quad [12]$$

donde v_{max} e a_{max} son la velocidad máxima y aceleración máxima del terreno, respectivamente.

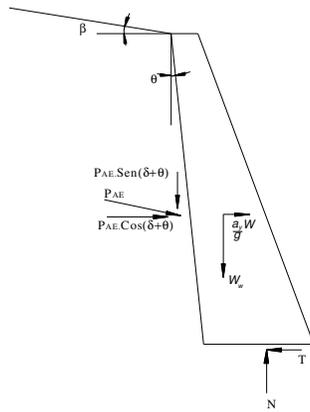


Figura 4. Muro de gravedad bajo la acción de fuerzas pseudo-estáticas.

Whitman y Liao (1985) identificaron algunas inconsistencias en los resultados de la aplicación del método de Richards-Elms (1979), provenientes de hipótesis simplificadas adoptadas en su desarrollo. Entre los factores más importantes está en no considerar la respuesta dinámica del terreno, las aceleraciones verticales producidas por el sismo y los mecanismos que combinan movimientos de rotación y traslación. Whitman y Liao (1985), utilizando los resultados de análisis de desplazamientos permanentes en catorce casos históricos publicados por Wong (1982), propusieron la siguiente correlación para estimar los desplazamientos permanentes del muro de gravedad:

$$\bar{d}_{perm} = \frac{37v_{max}^2}{a_{max}} \exp\left(\frac{-9.4a_y}{a_{max}}\right) \quad [13]$$

4 MODELO NUMÉRICO

En este trabajo, fue empleado el programa Plaxis 2D (Finite Element Code for Soil and Rock Analyses), v.8.2, para investigar el comportamiento dinámico de un muro de gravedad sometido a cargas sísmicas, con el objetivo de comparar los resultados de estos análisis con los resultados previstos por los métodos aproximados descritos en la sección 3.

4.1 Descripción del Problema

El muro es constituido por material homogéneo, isotrópico y linealmente elástico (modulo de elasticidad E, coeficiente de Poisson ν) y el suelo representado mecánicamente a través del modelo elastoplástico de Mohr-Coulomb (E, ν , cohesión c, ángulo de fricción ϕ , ángulo de dilatación Ψ). Los valores de las propiedades de los materiales están listados en la Tabla 1.

Elementos de interface son utilizados para simulación de problemas de interacción suelo-estructura. El criterio de resistencia de Mohr-Coulomb es utilizado para la descripción del comportamiento mecánico, utilizando un

factor de multiplicación R_{inter} para indicar la reducción de la resistencia a lo largo de la interface.

Tabla 1. Propiedades de los materiales.

Propiedad	Suelo	Muro
E (kPa)	1.25×10^6	250×10^5
ν	0.25	0.15
Ψ (°)	0	-
ϕ (°)	35	-
c (kPa)	0	-
γ (kN/m ³)	21	25

$$c_{inter} = R_{inter} \cdot c_{solo} \leq c_{solo} \quad [14]$$

$$\tan \phi_{inter} = R_{inter} \cdot \tan \phi_{solo} \leq \tan \phi_{solo} \quad [15]$$

$$\Psi_{inter} = 0^\circ \text{ para } R_{inter} < 1 \text{ caso contrario } \Psi_{inter} = \Psi_{solo} \quad [16]$$

Valores típicos de R_{inter} son mostrados en la Tabla 2. En este ejemplo, se adoptó el valor de $R_{inter} = 0.81$, admitiéndose una interface correspondiente a un ángulo de fricción $\phi_{inter} = 29.6^\circ$.

Tabla 2. Valores típicos de factores de reducción de resistencia R_{inter}

Tipo de Interface	Suelo
Arena/acero	0.667
Arcilla/acero	0.5
Arena/concreto	0.8-1
Suelo/geogrilla	0.8-1
Suelo/geotextil	1

4.2 Análisis Pseudo-Estático

En el análisis pseudo-estático, la simulación por elementos finitos fue realizada aplicando una fuerza en todos los elementos de la malla, de valor equivalente a una aceleración horizontal constante. Los resultados obtenidos fueron comparados con los previstos por la solución pseudo-estática de Mononobe-Okabe, considerando-se H (altura del muro) = 5m, $k_v = 0$, $\beta = 0$, $\theta = 0^\circ$, $\delta = 29.6^\circ$, $\phi = 35^\circ$ y diversos valores para el coeficiente sísmico k_h .

La Figura 5 muestra gráficamente la variación de los coeficientes de empuje activo K_{AE} vs los valores de aceleración horizontal normalizada ($k_h = a_h/g$), obtenidos por el método de Mononobe-Okabe y por la simulación pseudo-estática con elementos finitos. Observase que de manera general existe una buena aproximación entre los resultados.

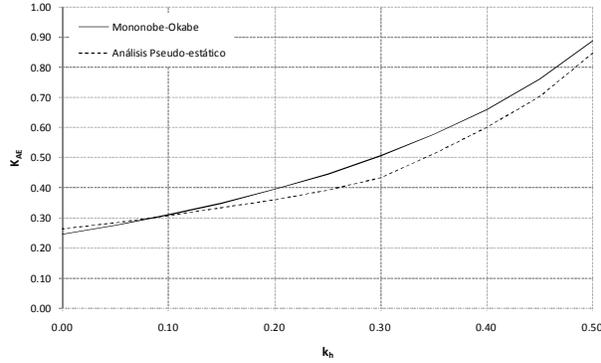


Figura 5. Coeficiente de empuje activo K_{AE} determinado por el método de Mononobe-Okabe y por el método de elementos finitos (simulación pseudo-estática).

La Figura 6 muestra gráficamente la variación del punto de aplicación del empuje activo con los valores de aceleración horizontal normalizada, obtenidos por el método de Mononobe-Okabe y por la simulación pseudo-estática con elementos finitos, observándose que ambos son crecientes con la aceleración horizontal.

4.3 Análisis Dinámico

La historia de las aceleraciones mostrada en la Figura 7 se refiere al terremoto de Lima-Perú de octubre de 1974 con una duración de más de 90 segundos. El sismo fue aplicado en la base de la malla de elementos finitos con el registro normalizado para un valor máximo de aceleración horizontal de 0.5g.

Para simular la extensión lateral infinita del macizo de suelo (Figura 8) fueron utilizados contornos silenciosos (Lysmer y Kuhlemeyer, 1969) con el uso de amortiguadores viscosos en los contornos laterales de la malla de elementos finitos para absorber las ondas sísmicas incidente en estos.

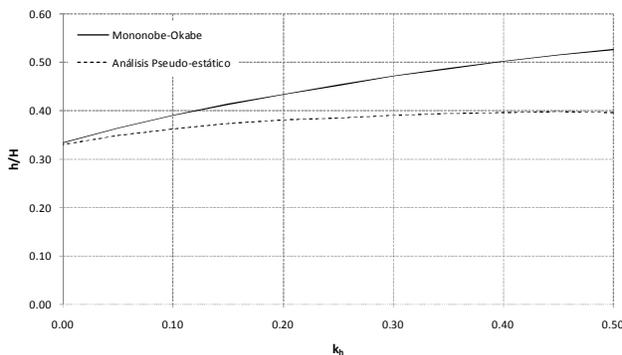


Figura 6. Variación del punto de aplicación (normalizado por la altura H del muro) del empuje activo, determinada por el método de Mononobe-Okabe y por el método de elementos finitos (simulación pseudo-estática).

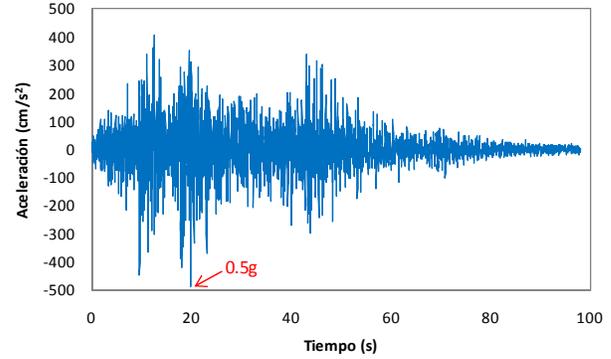


Figura 7. Registro de aceleración del terremoto de Lima (1974) normalizada para una aceleración horizontal máxima de 0.5g.

Las componentes de tensión normal σ_n y de esfuerzo cortante τ en el amortiguador viscoso deben ser iguales a

$$\sigma_n = c_1 \rho C_p \dot{u}_x \quad [18]$$

$$\tau = -c_2 \rho C_s \dot{u}_y \quad [19]$$

Donde ρ es la masa específica del suelo, C_p y C_s son las velocidades de propagación de las ondas P y S respectivamente, c_1 y c_2 son los coeficientes de amortiguamiento, \dot{u}_x y \dot{u}_y las velocidades de la partícula en las direcciones x (horizontal) e y (vertical) respectivamente.

De acuerdo con White et al (1977), los coeficiente c_1 y c_2 dependen del valor del coeficiente de Poisson ν del suelo, como indicado en la Tabla 3. En esta investigación fueron usados $c_1 = 0.986$ y $c_2 = 0.744$ correspondientes al valor de $\nu = 0.25$.

Tabla 3. Valores de c_1 y c_2 en función del coeficiente de Poisson ν del suelo (White et al, 1977)

Coeficiente de Poisson ν	Coeficiente de Poisson ν		Coeficiente de Poisson ν	Coeficiente de Poisson ν	
	c_1	c_2		c_1	c_2
0.00	0.959	0.769	0.25	0.986	0.744
0.05	0.967	0.761	0.30	0.986	0.742
0.10	0.975	0.756	0.35	0.992	0.740
0.15	0.982	0.751	0.40	1.007	0.746
0.20	0.986	0.747	0.45	1.011	0.773

La Figura 8 muestra la discretización por elementos finitos utilizada en los análisis dinámicos representándose la aplicación en la base de la malla (profundidad de la roca) la variación de las aceleraciones del terremoto a lo largo del tiempo del registro.

Distorsiones numéricas de la propagación de las ondas pueden ocurrir en un análisis dinámico en consecuencia del modelo. Tanto el espectro de frecuencias de la excitación dinámica y de las características de propagación de las ondas en el sistema pueden afectar la precisión numérica de la transmisión de ondas a través del modelo discreto. Kuhlemeyer y Lysmer (1973) mostraron que para una representación precisa de

la transmisión de las ondas el tamaño del elemento $\Delta\lambda$ debe ser menor que aproximadamente 1/10 a 1/8 de la longitud de onda λ asociada a la mayor frecuencia del registro de entrada.

$$\Delta\lambda \leq \frac{\lambda}{1} \quad [20]$$

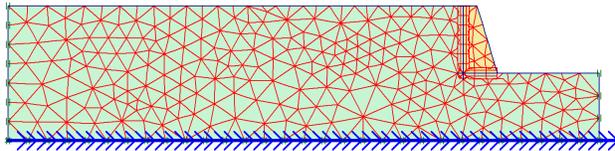


Figura 8. Malla utilizada en el análisis dinámico

5 RESULTADOS

5.1 Método de Richards-Elms (1979)

Los valores de la aceleración de fluencia a_y determinados con base en las ecuaciones [11], [5] y [6] en un proceso de cálculo iterativo, resultaron en $a_y = 0.32g$ para una interface rugosa ($R_{inter} = 0.81$) entre la base del muro y el suelo de fundación y $a_y = 0.17g$, para el caso de una interface lisa ($R_{inter} = 0.48$).

Para determinar los desplazamientos permanentes por el método de Richards-Elms (1979) es necesario conocer la aceleración y velocidad máxima del terreno, a_{max} y v_{max} respectivamente. Los gráficos de la aceleración y velocidad en la superficie del terreno son presentados en las Figuras 9 y 10.

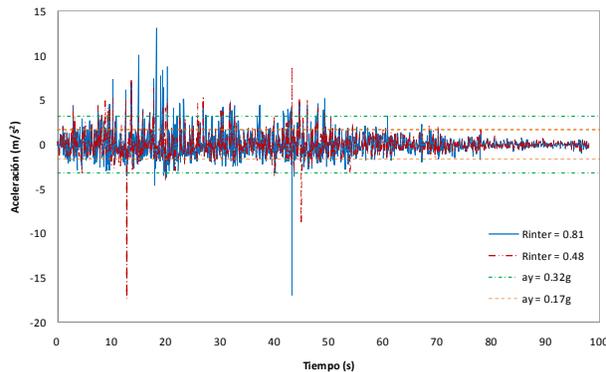


Figura 9. Aceleraciones en la superficie del terreno para el sismo de Lima normalizado para una aceleración máxima de 0.5g, considerando $a_y = 0.32g$ y $a_y = 0.17g$.

El desplazamiento permanente del muro de gravedad puede entonces ser calculado por la ecuación [12], con los resultados indicados en la Tabla 4.

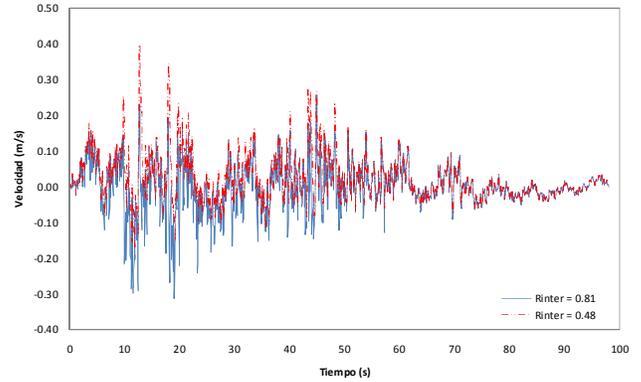


Figura 10. Velocidades en la superficie del terreno para el sismo de Lima normalizado para una aceleración horizontal máxima de 0.5g.

5.2 Método de Whitman-Liao (1985)

Considerando que los valores de velocidad y aceleración máximas en la superficie del suelo ya indicados (Figuras 9 y 10), entonces la aplicación de la Ecuación [13] es inmediata, siendo obtenidos los valores también indicados en la Tabla 4.

5.3 Método de los Elementos Finitos

Los resultados del análisis numérico por el método de los elementos finitos, realizado con el programa Plaxis 2D, son mostrados en la Figura 11, presentando la historia de los desplazamientos del muro para el sismo considerado. Del análisis del gráfico es posible estimar los desplazamientos permanentes del muro, observando el intervalo donde los valores permanecen casi constantes en el tiempo, indicando que ocurren deformaciones plásticas irreversibles (Tabla 4).

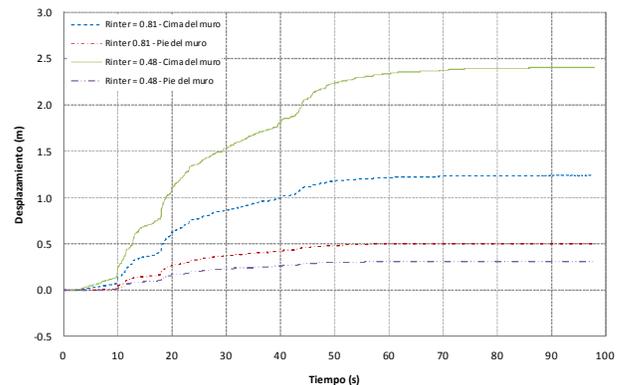


Figura 11. Historia de los desplazamientos del muro de gravedad para el sismo de Lima (1974) con aceleración máxima normalizada de 0.5g.

Tabla 4. Desplazamiento permanente del muro de gravedad para el sismo normalizado de Lima (1974).

Método	Desplazamiento (m)	Desplazamiento (m)
	$R_{inter} = 0.81$	$R_{inter} = 0.48$
Richards-Elms (1979)	0.30	1.18
Whitman-Liao (1985)	0.05	0.11
Elementos finitos	1.25	2.40

6 CONCLUSIONES

- Los muros de gravedad son normalmente proyectados utilizando el método pseudo-estático clásico de Mononobe-Okabe, o a través del método de Richards-Elms (1979) basado en el método simplificado de Newmark (1965). Una de las principales deficiencias del método de Richards-Elms es que no considera los efectos de rotación de la estructura, considerando apenas falla debido al deslizamiento del muro sobre su base.
- Existen discrepancias en la literatura sobre la ubicación de la componente dinámica del empuje. Mononobe-Okabe (1929) asume una media ponderada, mientras que Seed y Withman (1970) sugieren 0.6H y Wood (1973) propone 0.45H donde H es la altura total del muro.
- El método pseudo-estático de Mononobe-Okabe presenta una variación casi lineal de los coeficientes de empuje con la aceleración horizontal, mostrando una buena aproximación con las correspondientes cantidades calculadas a través del método de elementos finitos.
- En esta investigación fueron determinados valores previstos de desplazamiento del muro de gravedad discrepantes entre sí, calculados por los métodos de Richards-Elms (1979), Whitman-Liao (1985) y por el método de elementos finitos.
- En la Figura 11 se observa que la parte superior del muro sufre un desplazamiento mayor en comparación con el pie del muro, ocasionando movimientos de traslación y rotación, siendo mayores cuando fue considerada el caso de una interface lisa.

7 REFERENCIAS

- Coulomb C.A. 1776, Essai sur une Application des Règles des Maximis et Minimis a Quelques Problèmes de Statique Relatifs a l'Architecture. *Mémoires de l'Academie Royale Divers Savants*, vol. 7, pp. 343 – 387.
- Kramer, S.L. 1996, *Geotechnical Earthquake Engineering*. Prentice-Hall, Inc.

- Lysmer, J., Kuhlemeyer, R.1969, Finite Dynamic Model for Infinite Media, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE.
- Mononobe N. 1929, On the Determination of Earth Pressures during Earthquakes. *World Engineering Congress*, Tokyo, Japan, v.9, p. 176.
- Newmark N. 1965, Effects of Earthquakes on Dams and Embankments. *Géotechnique*, vol. 115, n. 2, pp. 139-160.
- Okabe S. 1926, General Theory on Earth Pressures, *Journal of the Japanese Society of Civil Engineering*, vol. 12, n.1.
- Plaxis - Finite Element Code for Soil and Rock Analyses 2006. *Reference Manual*, version 8.2.
- Rankine, W. 1857, On the Stability of Loose Earth. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 147.
- Richards, R. Jr; Elms, D. G. 1979, Seismic Behavior of Gravity Retaining Walls. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, GT4, v.105, pp. 449-464.
- Seed, H., Whitman R. 1970, Design of Earth Retaining Structures for Dynamic Loads. *Specialty Conference, Lateral Stresses in the Ground and Design of Earth Retaining Structures*, ASCE.
- Stadler, A. T. 1996, *Dynamic Centrifuge Testing of Cantilever Retaining Walls*. PhD Thesis. University of Colorado at Boulder.
- White, W., S. Valliapan, I.K.Lee. 1977. Unified Boundary for Finite Dynamic Models. *J. Eng. Mech.*, ASCE, 103, 949-964, 1977.
- Whitman, R. V., Liao, S. 1985, *Seismic Design of Gravity Retaining Walls*. Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.
- Wong,C.1982, *Seismic Analysis and an Improved Design Procedure for Gravity Retaining Walls*, M.S. Thesis. Department of Civil Engineering, MIT, Cambridge, USA.
- Wood, J. H.1973, *Earthquake Induced Soil Pressures on Structures*. PhD Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, CA.