

Calibración de modelos de elemento finito para el análisis de interacción suelo-pila

Juan Mayoral-Villa & Jenny Zulay Ramírez-Calderón
Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México



ABSTRACT

It is a common practice to rely on empirical relationships in order to compute the ultimate bearing capacity of deep foundations. However, to validate the theoretical results with field tests, allows to reduce uncertainties associated with the relationship, and to design less expensive structures. The objective of this paper is to simulate the mechanical response obtained from load tests, which include both axial and lateral loads performed in the so-called hill and transition zones in Mexico City, using three-dimensional finite element models developed with PLAXIS. Load-displacement curves and load distribution curves with depth were obtained. Good agreement was observed between measured and computed responses. Once the numerical models were calibrated, t-z, Q-z, and p-y curves were generated for the geomaterials found at the test sites.

RESUMEN

Para calcular la capacidad de carga última de cimentaciones profundas, los ingenieros comúnmente utilizan ecuaciones empíricas disponibles en la literatura técnica. Sin embargo, validar los resultados de estas teorías, con los obtenidos en pruebas de carga, reduce las incertidumbres asociadas con estas expresiones y permite diseñar estructuras más económicas. El objetivo de este artículo es simular el mecanismo de respuesta ante carga axial y lateral de pilas instrumentadas en la zona de Lomas y de Transición, usando modelos de elemento finito tridimensionales desarrollados con el programa PLAXIS. Como resultado de la modelación numérica se obtuvieron curvas esfuerzo-deformación y curvas de distribución de carga con la profundidad. La respuesta calculada es muy similar a la respuesta medida. Una vez calibrados los diferentes modelos, se generaron curvas t-z, Q-z, y p-y para los geomateriales de los sitios de prueba.

1 INTRODUCCIÓN

Diversos investigadores han desarrollado ecuaciones empíricas para estimar la capacidad de carga última de pilas coladas in situ bajo carga axial y lateral, tanto para materiales granulares como para arcillosos (Reese y Wright, 1997, Decourt, 1995, O'Neill y Reese, 1999, Wysocky, 1999, Matlock y Reese, 1960, Reese et al., 1970, Duncan et al., 1991). Estas ecuaciones generalmente llevan a diseños conservadores; sin embargo, en proyectos de gran importancia, es fundamental validar los resultados de estas teorías con los obtenidos en pruebas de carga, con el objeto de reducir las incertidumbres implícitas en estas expresiones y diseñar cimentaciones más seguras y menos costosas.

En la construcción del Distribuidor Vial San Antonio, un paso elevado estratégico de 6.4 km de longitud localizado al poniente de la Ciudad de México, se llevaron a cabo dos pruebas de carga axial y tres de carga lateral. Los sitios de prueba, denominados Periférico y San Antonio, se localizan a lo largo del trazo del Distribuidor, en la zona de Lomas y Transición, respectivamente (Fig. 1). El objetivo de este trabajo es simular e interpretar las respuestas a carga axial y lateral obtenidas de las pruebas de carga realizadas para este proyecto (Mendoza et al. 2003), mediante modelos tridimensionales de elemento finito.

En los modelos numéricos de las pruebas de carga axial, las pilas y el suelo fueron considerados como elementos sólidos axi-simétricos; en tanto que en la

modelación de las pruebas de carga lateral, éstos fueron representados por elementos sólidos tridimensionales.

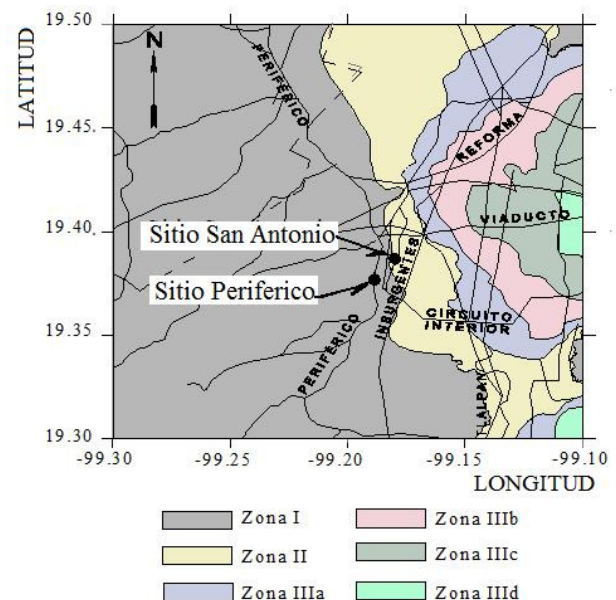


Figura 1. Localización del sitio de estudio.

El comportamiento esfuerzo-deformación de los suelos fue descrito con un criterio de falla Mohr-Coulomb, mientras que las pilas fueron modeladas

20.4	22.5	17.70	41.2	11.2	179,666	0.35
22.5	25.0	17.70	47.4	17.4	275,000	0.35
25.0	30.0	18.60	47.4	17.4	275,000	0.35

La Figura 3 muestra la malla de elemento finito utilizada, la cual fue conformada por 1025 elementos.

Las propiedades de la pila de prueba son resultado de las pruebas realizadas en probetas de concreto para el proyecto (i.e. módulo de Young de 31156462 kN/m², peso volumétrico de 22.5 kN/m³ y relación de Poisson de 0.20).

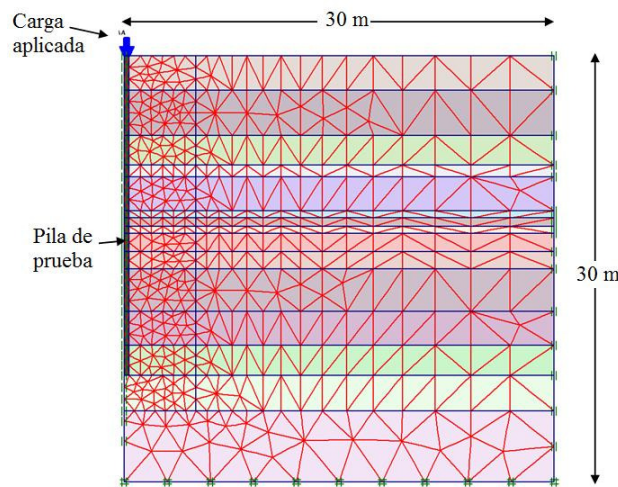


Figura 3. Malla de elemento finito del análisis de carga axial para el sitio Periférico.

2.2.2 Respuesta axial medida y calculada

La figura 4 presenta la curva carga-desplazamiento medida durante la cuarta etapa de la prueba de carga axial y la obtenida con el modelo numérico. Como se muestra en esta figura, la capacidad de carga última no pudo alcanzarse durante la prueba, la falla no está bien definida debido a problemas con el sistema hidráulico como se indicó previamente. La magnitud de la carga máxima medida en la prueba fue de 6867 kN con un desplazamiento vertical de 0.0083 m, mientras que el calculado con el modelo numérico para el mismo nivel de carga resultó de 0.0090 m, el cual representa el 1.3% del diámetro de la pila, aproximadamente.

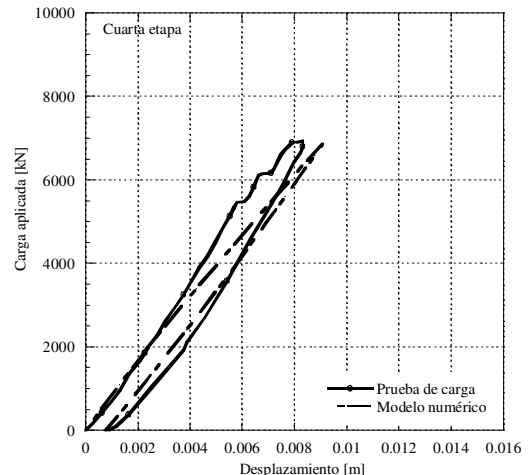


Figura 4. Curva carga-desplazamiento: medida y calculada, en la cabeza de la pila durante la cuarta etapa de prueba (Sitio Periférico).

Según los resultados del modelo numérico, la contribución de la punta en la capacidad de carga última de la pila es del 10 %. El 90 % restante es tomado por la fricción a lo largo del fuste de la pila y el suelo.

De acuerdo con los resultados presentados en la Figura 4, se observa que el modelo Mohr-Coulomb logra capturar las deformaciones permanentes de la cabeza de la pila, producto del ciclo de cargas de la prueba in situ.

Las curvas de distribución de carga a lo largo del fuste de la pila se presentan en la Figura 5. Los resultados del modelo numérico, hasta 6.3 m de profundidad, son muy similares a los medidos. Las curvas medidas, consideran los cambios en el diámetro de la pila debidos a detalles constructivos, como en el caso de profundidades entre 6.3 y 12.5 m, donde éste fue de 0.75 m, debido a que durante la construcción de la pila, se presentó un caído de concreto abajo de los 6.3 m (Mendoza et al., 2003). Esto explica las diferencias observadas entre las mediciones y los resultados del modelo numérico a partir de esta profundidad. Otro aspecto que influye en esta diferencia es la suposición de un número de golpes de la prueba de penetración estándar, NSPT, no mayor de 50 para las arenas de compacidad muy densa, a pesar de que en el perfil de suelo de la Figura 2, a partir de los 6 m de profundidad, hay los estratos de arena limosa con presentan un NSPT mayor de 50, lo cual influye en el cálculo de las propiedades mecánicas de estos estratos.

2.3 Prueba de carga lateral

La prueba de carga lateral se ejecutó en dos etapas: (1) Tres incrementos de 39.2 kN y tres decrementos de igual magnitud hasta un nivel de carga nulo; y (2) Trece incrementos de 39.2 kN hasta alcanzar la condición de falla para luego proceder a la descarga. En esta última etapa se observaron grietas con aberturas de 0.05 m en el terreno, alrededor de la pila de prueba.

2.3.1 Modelo numérico utilizado

La Figura 6 muestra la malla de elemento finito utilizada, la cual estuvo compuesta por 13950 elementos.

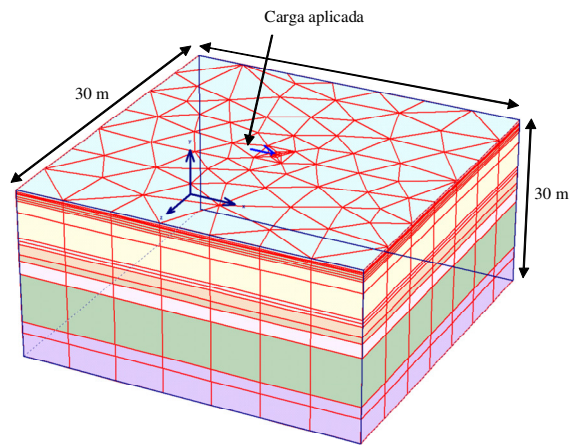


Figura 6. Malla de elemento finito para el análisis de carga lateral para el sitio Periférico.

Las propiedades de los estratos de suelo son las que se indican en la Tabla 1. El módulo elástico de la pila considerado fue de 27056193 kN/m², el peso volumétrico de 22.5 kN/m³ y la relación de Poisson de 0.20.

2.3.2 Respuesta lateral medida y calculada

En la Figura 7 se muestra una comparación entre la respuesta carga-desplazamiento medida durante la segunda etapa de carga-descarga de la prueba de carga lateral y la calculada con el modelo numérico. La carga máxima asintótica alcanzada durante la prueba fue de 490.5 kN con un desplazamiento lateral máximo de 0.055 m. Se observa que el valor de la carga lateral obtenida a partir del modelo numérico para este desplazamiento, es aproximadamente 27 % mayor que el valor medido. El valor registrado en las prueba, menor al del modelo, puede atribuirse a la presencia de grietas en el terreno circundante a la pila de prueba que aparecieron durante el proceso de aplicación de la carga.

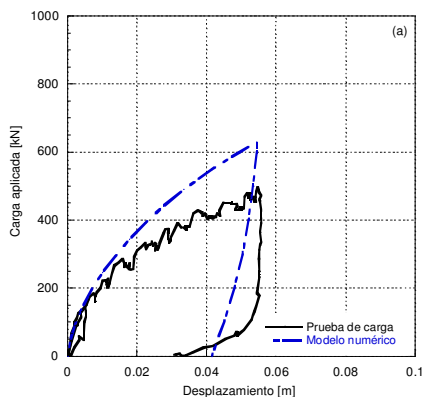


Figura 7. Curva carga-desplazamiento: medida y calculada, durante el segundo ciclo de carga-descarga en la cabeza de la pila.

La Figura 8 presenta una comparación de los desplazamientos laterales a lo largo de la pila de prueba, medidos para tres niveles de carga lateral aplicados, con los valores obtenidos del modelo de elemento finito (FEM).

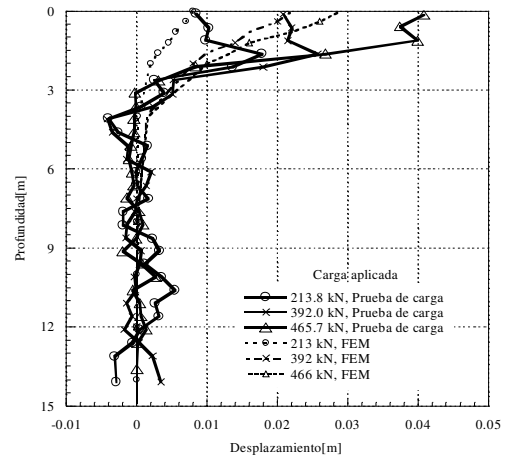


Figura 8. Distribución del desplazamiento lateral medido y calculado con la profundidad para el sitio Periférico.

Los desplazamientos laterales obtenidos con el modelo pueden considerarse iguales a cero por debajo de los 7 m de profundidad, donde se encontraron arenas limosas de compactación muy densa y limos de consistencia dura con NSPT mayor a 50 (Figura 2). La discrepancia entre los resultados obtenidos con el modelo y los de la prueba de carga, pueden atribuirse a las grietas del suelo observadas en campo.

3 SITIO SAN ANTONIO

En el sitio San Antonio se realizó una prueba de carga axial y dos pruebas de carga lateral, estas últimas en pilas identificadas como PCLS y PCLC. La longitud efectiva de la pila de prueba a compresión axial fue de 26.3 m y su diámetro fue de 0.68 m. La instrumentación de esta pila estuvo conformada por: dos micrómetros y dos traductores de desplazamientos colocados en la cabeza de la pila, un conjunto de celdas de carga en la punta y otro en la cabeza de la misma, once strain gages soldados al acero de refuerzo, cinco tell tales colocados a distintas elevaciones y cinco strain gages embebidos en el concreto. Por otro lado, las pilas sometidas a carga lateral tuvieron una longitud de 25.60 m y un diámetro de 0.63 m para la pila PCLS y 0.68 m para la PCLC. La pila PCLS no fue internamente instrumentada. Sin embargo, la pila PCLC contó con doce strain gages a lo largo de su fuste. La carga en la pila PCLS fue aplicada a nivel del terreno natural, mientras que para la pila PCLC esta fue inducida a un nivel de 1.5 m por debajo de la superficie, después de haber realizado una excavación previa.

3.1 Condiciones del subsuelo

El sitio San Antonio se encuentra en la zona de Transición, y se caracteriza por la presencia de suelos

aluviales formados por arenas limosas y limos arenosos con gravas y boleos aislados. Para definir las condiciones del subsuelo, se llevó a cabo una prueba de penetración estándar, SPT, y un sondeo selectivo con tubo Shelby, SS. Las profundidades de exploración fueron de 35.5 m y 25 m, respectivamente. Durante la ejecución de los ensayos de campo no se detectó el nivel de aguas freáticas. El contenido natural de agua de los materiales encontrados varía del 20 % al 40 % hasta los 23 m, para luego reducirse hasta menos del 20 % por abajo de esta profundidad. El porcentaje de finos fue del 40 % hasta alcanzar 8 m de profundidad, y de 30 % después de esta elevación. Un esquema de la variación del NSPT con la profundidad y del perfil de suelo se presenta en la Figura 9.

3.2 Pruebas de carga axial

La prueba de carga axial fue realizada en cuatro etapas: (1) Ocho incrementos de 196.2 kN y descarga completa; (2) Ocho incrementos de 392.4 kN y decrementos de igual magnitud hasta la descarga total; (3) Carga de 1568 kN, dos series de 30 ciclos de carga-descarga y descarga total; y (4) Diecinueve incrementos de 490 kN con el objeto de alcanzar la capacidad de carga última, para luego proceder a la descarga total con decrementos de 490 kN.

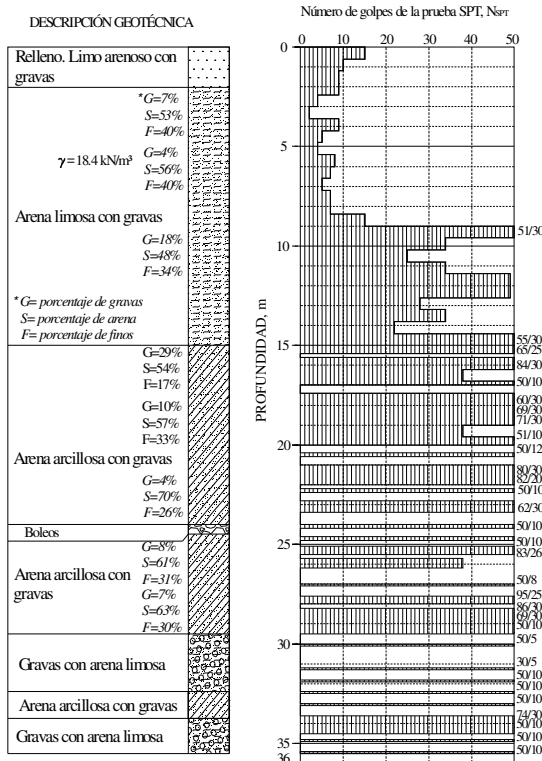


Figura 9. Perfil de suelo del sitio San Antonio.

3.2.1 Modelo numérico utilizado

La Figura 10 muestra la malla de elemento finito utilizada para los análisis de carga axial, la cual fue conformada por 927 elementos.

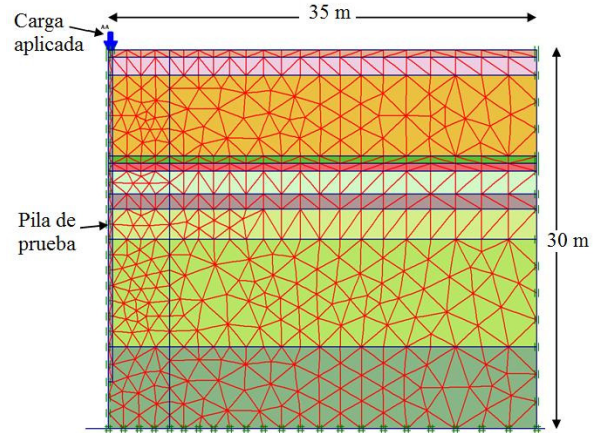


Figura 10. Malla de elemento finito del análisis de carga axial para el sitio San Antonio.

Las propiedades de los estratos considerados en el modelo numérico fueron estimadas con las expresiones indicadas en la sección 2.2.1. En la Tabla 2 se muestran las propiedades para cada estrato.

Para la pila se consideró un modulo de Young de 26577644 kN/m², un peso volumétrico de 22.5 kN/m³ y una relación de Poisson igual a 0.20; valores que fueron estimados a partir de las pruebas de compresión realizadas en probetas de concreto para el proyecto.

Tabla 2. Propiedades mecánicas, sitio San Antonio

Prof. de: (m)	Peso Volu- métrico γ (kN/m ³)	Ángulo de fricción ϕ (°)	Ángulo de dilatación ψ (°)	Módulo de Young E (kN/m ²)	Relación de Poisson ν	
0.0	0.6	18.44	32.7	2.70	82500	0.275
0.6	2.0	18.44	29.5	0.00	55000	0.275
2.0	8.4	18.44	25.5	0.00	29150	0.275
8.4	9.0	18.44	33.3	3.30	88000	0.35
9.0	9.6	17.70	47.4	17.4	275000	0.35
9.6	11.4	17.70	40.6	10.6	172150	0.35
11.4	12.6	17.70	46.7	16.7	264000	0.35
12.6	15.0	17.70	38.7	8.70	147125	0.35
15.0	23.5	17.70	47.4	17.4	275000	0.35
23.5	30.0	17.70	47.4	17.4	275000	0.35

3.2.2 Respuesta axial medida y calculada

La Figura 11 compara la respuesta medida y calculada en la cuarta etapa de carga-descarga de la prueba de carga axial. La carga máxima alcanzada durante la prueba fue de 9353 kN con un desplazamiento de 0.0149 m, que es aproximadamente el 2 % del diámetro de la pila. Este hecho, junto con el incremento constante de la rama de carga de la curva carga-descarga medida, indica que no se alcanzó la capacidad de carga última durante la prueba (Figura 11). El modelo numérico logró reproducir con gran similitud el comportamiento carga-desplazamiento de la pila, como se muestra en la Figura

11, donde la máxima carga aplicada es de 9353 kN y corresponde a una deformación calculada de 0.0155 m, que es aproximadamente el 2.3 % del diámetro de la pila; sin embargo las deformaciones permanentes en el suelo fueron subestimadas por la ley constitutiva bilineal Mohr-Coulomb adoptada en el modelo.

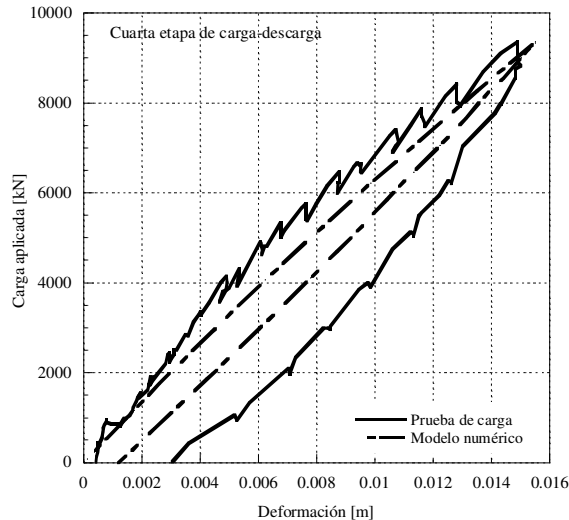


Figura 11. Curva carga-desplazamiento: medida y calculada, en la cabeza de la pila durante la cuarta etapa de prueba (Sitio San Antonio).

La Figura 12 compara las cargas medidas a lo largo de la pila (i.e. transmitidas por la fricción suelo-pila) con los correspondientes valores calculados con el modelo, para varios incrementos de carga aplicados en la cabeza de la pila durante la cuarta etapa de carga. Se observa que por arriba de 8 m de profundidad, la distribución de la carga transferida se subestima con el modelo. En todos los casos, las predicciones numéricas indican una participación de la punta de la pila ligeramente mayor que los valores medidos. De acuerdo con el modelo numérico, la contribución de la punta es de aproximadamente el 8% de la capacidad de carga última de la pila. El 92 % restante es tomado por la fricción a lo largo del fuste de la pila y el suelo.

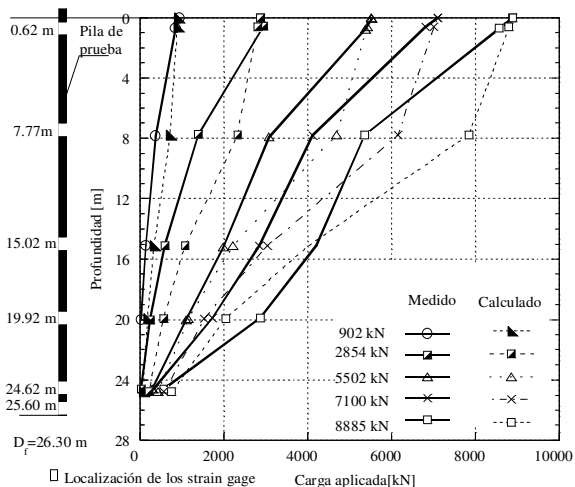


Figura 12. Curvas de distribución de carga con la profundidad en la cuarta etapa de carga para el sitio San Antonio.

3.3 Prueba de carga lateral

La prueba de carga lateral de la pila PCLS fue ejecutada en dos etapas: (1) Ocho incrementos de 36.3 kN y cinco decrementos de 58.8 kN; y (2) Cuatro incrementos de 53.9 kN más seis incrementos posteriores de 35.3 kN, hasta alcanzar la falla, para luego proceder a la descarga.

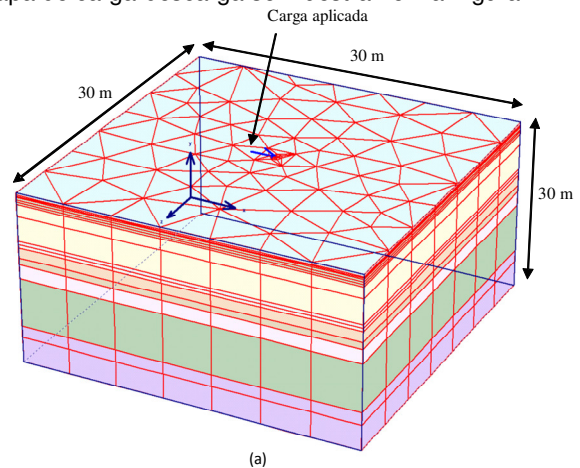
La prueba de la pila PCLC también fue realizada en dos etapas: (1) Cuatro incrementos de 53.9 kN, tres incrementos de 35.3 kN y posteriormente cinco decrementos de 64.3 kN; y (2) Diez incrementos de 73.6 kN, hasta alcanzar la falla y decrementos de igual magnitud hasta la descarga completa.

3.3.1 Modelo numérico utilizado

La Figura 13 muestra las mallas de elemento finito para las pilas PCLS y PCLC. El modelo utilizado para la pila PCLS estuvo conformada por 2592 elementos, mientras que el de la pila PCLC por 1944 elementos.

3.3.2 Respuesta lateral medida y calculada

Las curvas carga-desplazamiento calculada y medida para la prueba de carga de la pila PCLS en la segunda etapa de carga-descarga se muestran en la Figura 14.



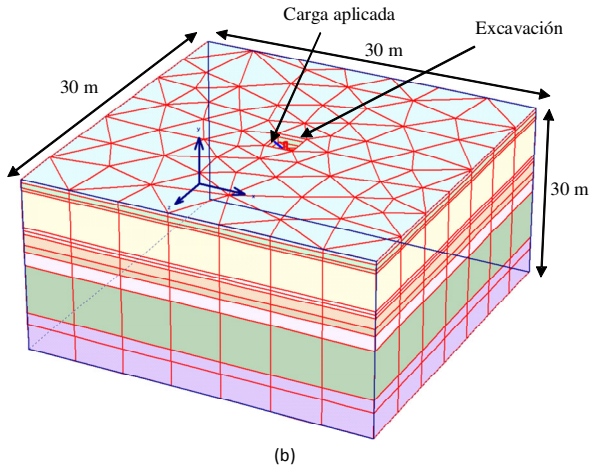


Figura 13. Malla de elemento finito para los análisis de las pruebas de carga lateral para la pila a) PCLS y b) PCLC.

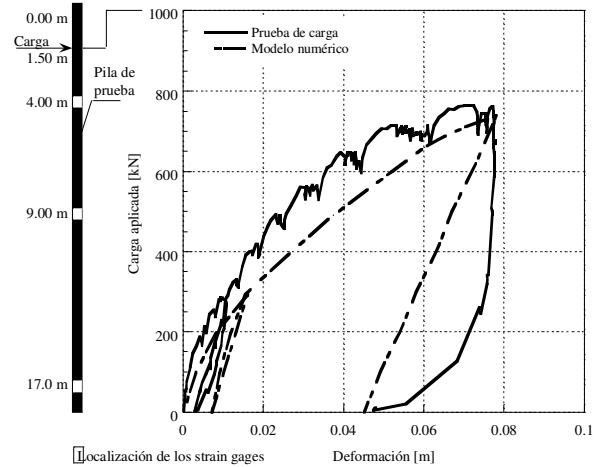


Figura 15. Curva carga-desplazamiento medida y calculada para la pila PCLC en el sitio San Antonio.

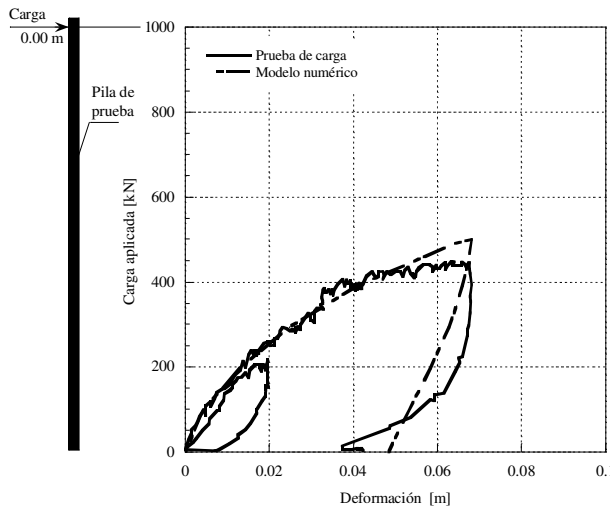


Figura 14. Curva carga-desplazamiento: medida y calculada, para la pila PCLS en el sitio San Antonio.

La carga máxima alcanzada durante la prueba fue de 441.5 kN con un desplazamiento lateral de 0.067 m. El valor de carga lateral calculado con el modelo al mismo nivel de deformación fue aproximadamente 12% mayor que el medido.

Análogamente, en la Figura 15 se muestra los resultados de la respuesta medida y calculada para la etapa de carga-descarga para la pila PCLC. La carga máxima alcanzada fue 763.2 kN con un desplazamiento lateral máximo de 0.077 m. El valor de la carga lateral calculada, a esta deformación, con el modelo numérico es congruente con el medido.

4 CURVAS T-Z, Q-Z Y P-Y DERIVADAS DE LOS MODELOS NUMÉRICOS

Una vez calibrados los modelos numéricos previamente indicados, éstos fueron utilizados para obtener las curvas t-z, q-z y p-y para los materiales encontrados en cada sitio. Las curvas propuestas fueron comparadas con las que se encuentran disponibles en la literatura técnica (O'Neil y Reese, 1999, American Petroleum Institute API, 1993). Para el desarrollo de las curvas q-z, la deformación de la punta de la pila se limitó al 5 % del diámetro nominal de la pila, D, que representa el valor comúnmente usado para determinar la capacidad de carga última de la punta (Reese y Wright, 1997, Decourt, 1995, O'Neil y Reese, 1999, Wysockey, 1999). Para este desplazamiento vertical, se obtuvo el valor máximo de la resistencia al cortante, t_{max} , para el desarrollo de las curvas t-z. Estas curvas se agruparon de acuerdo a los geomateriales encontrados en ambos sitios (Fig. 16).

En las Figuras 17a y 17b puede observarse el rango de las curvas t/t_{max} vs z/D y la línea de tendencia para limos arcillosos y limos arenosos respectivamente. La tendencia observada para las curvas t/t_{max} vs z/D para arcillas, propuestas por O'Neil y Reese (1999) y el API (1993) se incluyen en esta figura. Las curvas t/t_{max} vs z/D recomendadas por O'Neil y Reese (1999) y API (1993) muestran que para arenas limpias, la transferencia de carga máxima se alcanza al 1% del diámetro de la pila. La discrepancia entre las curvas obtenidas con los modelos y las disponibles en la literatura técnica presentada, pueden atribuirse a la presencia de limos en el depósito de suelo.

La forma de la curva t/t_{max} vs z/D para limos arenosos obtenida con el modelo muestra cómo el contenido de limo y la plasticidad de este material influyen en la forma de la curva (i.e. deformaciones de 5 y 8 % para deformación para $t/t_{max}=1.0$ para los limos arcillosos y limos arenosos, respectivamente).

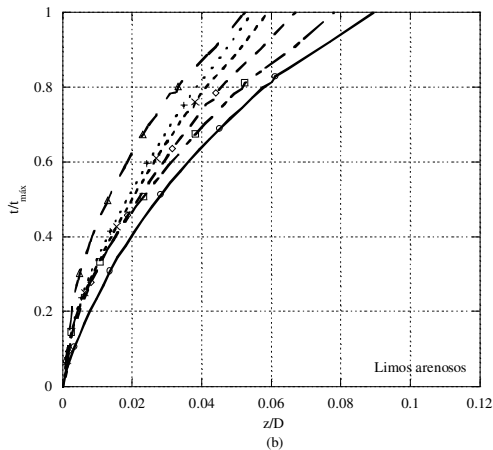
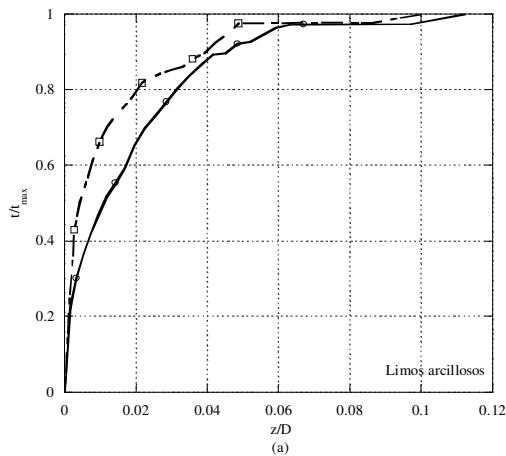


Figura 16. Curvas t/t_{\max} vs z/D generadas numéricamente para (a) limos arcillosos y (b) limos arenosos.

Por otro lado, la curva Q - z derivada numéricamente para arena con gravas (*i.e.* estrato de suelo en la punta de las pilas cargadas axialmente) mostrada en la Figura 18 se encuentra dentro del rango de las curvas para suelos no cohesivos recomendado por O'Neil y Reese (1999). La pendiente de la curva Q/Q_p vs z/D obtenida puede deberse al contenido de gravas en los sitios de prueba.

Finalmente, en la Figura 19 se muestran las curvas p - y para 5 profundidades obtenidas del modelo numérico, donde se destaca que las curvas a profundidades menores de 1 m muestran un valor asintótico del valor de la carga lateral, a deformaciones mayores a 0.02 m, no así las curvas obtenidas a profundidades mayores.

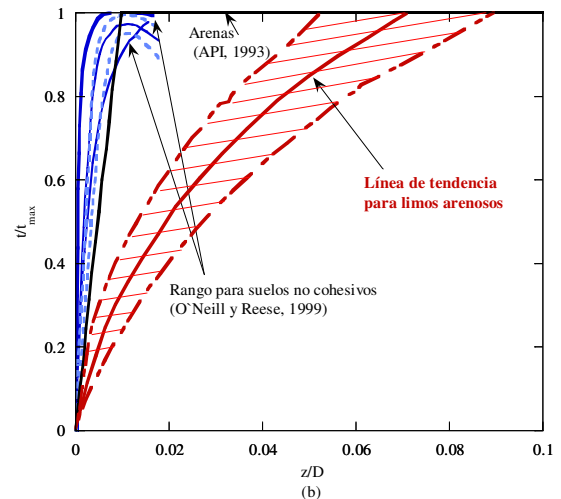
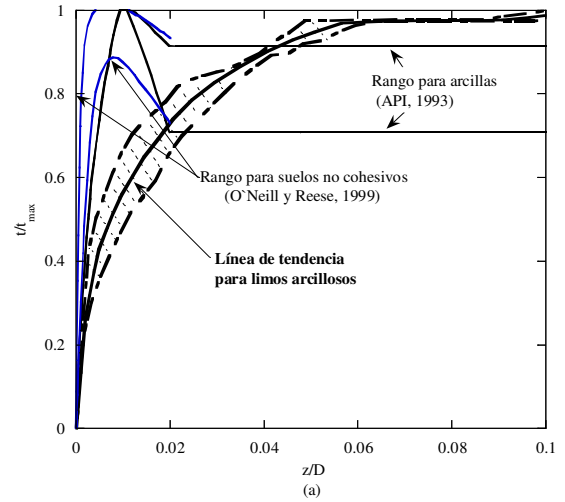


Figura 17. Comparación de las curvas t/t_{\max} vs z/D generadas numéricamente con las propuestas por O'Neil y Reese (1999) y API (1993).

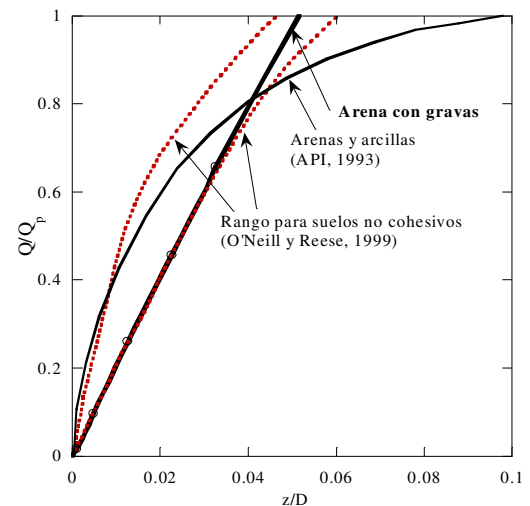


Figura 18. Comparación de las curvas Q/Q_p vs z/D generadas numéricamente con las propuestas por O'Neil y Reese (1999) y API (1993).

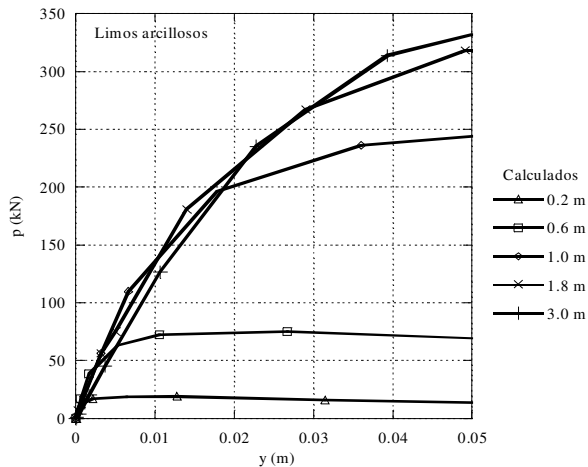


Figura 19. Curvas p-y generadas numéricamente.

5 CONCLUSIONES

Las pruebas de cargas discutidas en este trabajo, fueron simuladas utilizando modelos tridimensionales de elemento finito.

El análisis del sitio Periférico muestra que los resultados del modelo numérico para carga axial (Carga máxima aplicada de 6867 kN y una deformación correspondiente de 0.009 m) son congruentes con las mediciones de la prueba de carga, cuya carga máxima alcanzada fue de 6867 kN con un desplazamiento de 0.0083 m.

Adicionalmente, se destaca que la ley constitutiva Mohr-Coulomb pudo capturar la deformación permanente generada por el proceso cíclico de carga-descarga para este sitio de prueba. Las suposiciones hechas para los valores de NSPT mayores a 50 golpes en el cálculo del ángulo de fricción, podrían explicar las diferencias entre las mediciones y las predicciones numéricas de la distribución de carga con la profundidad. De acuerdo con el modelo numérico, la contribución de la punta de la pila es aproximadamente el 10% de la capacidad total de carga de la pila, mientras que en el sitio de prueba se reportó un valor de 9%.

Las pruebas de cargas discutidas en este trabajo, fueron simuladas utilizando modelos tridimensionales de elemento finito.

El análisis del sitio Periférico muestra que los resultados del modelo numérico para carga axial (Carga máxima aplicada de 6867 kN y una deformación correspondiente de 0.009 m) son congruentes con las mediciones de la prueba de carga, cuya carga máxima alcanzada fue de 6867 kN con un desplazamiento de 0.0083 m. Adicionalmente, se destaca que la ley constitutiva Mohr-Coulomb pudo capturar la deformación permanente generada por el proceso cíclico de carga-descarga para este sitio de prueba. Las suposiciones hechas para los valores de NSPT mayores a 50 golpes

en el cálculo del ángulo de fricción, podrían explicar las diferencias entre las mediciones y las predicciones numéricas de la distribución de carga con la profundidad. De acuerdo con el modelo numérico, la contribución de la punta de la pila es aproximadamente el 10% de la capacidad total de carga de la pila, mientras que en el sitio de prueba se reportó un valor de 9%.

Por lo que respecta a la prueba de carga lateral para el sitio Periférico, puede observarse que el valor de la carga lateral calculada con el modelo numérico es del orden del 27% mayor que el valor medido. La baja carga registrada en la prueba, puede deberse a la presencia de grietas en el suelo circundante a la pila de prueba, observadas durante el proceso de la prueba de carga.

Los resultados del modelo numérico del análisis de carga axial para el sitio San Antonio, indican que para una carga de 9353 kN, se obtuvo una deformación de 0.0155 m. Este valor es congruente con la respuesta medida (9353 kN con una deformación máxima de 0.0145 m). De acuerdo con el modelo numérico, la contribución de la punta de la pila es de aproximadamente 8% de la capacidad de carga total de la pila, mientras que la prueba reporta un valor de 6%.

En el caso de las curvas de carga vs desplazamiento obtenidas del modelo numérico, para simular la respuesta de las pruebas de carga lateral de las pilas PCLS realizadas en el sitio San Antonio, se observa que la carga máxima lateral calculada es del orden de 12% mayor que la medida. Lo anterior, debido a que durante la prueba de carga se observaron grietas en el terreno circundante a la pila prueba de carga, hecho que justifica que se haya alcanzado una carga menor en campo.

En general, las comparaciones entre las mediciones y las respuestas calculadas indican que los modelos tridimensionales de elemento finito propuestos, usando una ley constitutiva Mohr-Coulomb, pueden utilizarse para predecir la variación de la carga actuando en la pila, así como la carga última y las deformaciones máximas para carga axial y lateral.

6 REFERENCIAS

- American Petroleum Institute, API (1993). Recommended practice for planning, designing and constructing fixed offshore platforms, Report RP-2A.
- Bolton, M.D. (1986). "The strength and dilatancy of sands", *Geotechnique*, 36(1): 65-78.
- Bowles, J.E., 1996. *Foundation analysis and design*. 5th ed., New York, McGraw-Hill: 1035-1040.
- Decourt, L. (1995). "Prediction of load-settlement relationships for foundations on the basis of standard penetration test", *Conference cycle Intl. Zeevaert. UNAM Mexico*: 85-104.
- Duncan, O., Rojiani y Barker (1991). *Design of Piles for Lateral Loading*. Chapter 5, TRB #343: 80-97.
- Matlock, H. y Reese, L., 1960. "Generalized Solutions for Laterally Loaded Piles", *J. Soil Mech. Found. Div. ASCE*, 86(5): 63-91.

- Mendoza, M.J., Ibarra, E., Aire, C., Romo, M.P., Olivares y A., Gómez, E. (2003). "Pruebas de carga en pilas instrumentadas del Distribuidor Vial San Antonio", Vías rápidas de la Ciudad de México. Instituto de Ingeniería, UNAM.
- O'Neill, M.W. y Reese, L.C. (1999). "Drilled shafts: Construction procedures and design methods", Report No. FHWA-IF-99-025. prepared by Department of Transportation, Federal Highway Administration, Office of Implementation, McLean, VA in cooperation with ADSC, The International Association of Foundation Drilling.
- Reese, L.C., Cox, W.R. y Smith, R.E. (1970). "Analysis of laterally Loaded Piles in Sand", Proc. 6th Offshore Tech. Conf., Houston; paper OTC 2080: 473-483.
- Reese, L.C. y Wright, S.J. (1997). Drilled shaft manual – construction procedures and design for axial loading. Vol 1. U.S. Department of Transportation Implementation Division, Implementation Package: 77-21.
- Shioi, Y. y Fukui, J. (1982). Application of N-value to design of foundations in Japan, 2nd ESOPT, Vol. 1: 159-164.
- Wysockey, M.H. (1999). The axial capacity of drilled shafts. Tesis de Doctorado, Univ. de Illinois Urbana-Champaign.