

# Capacidad de carga de celdas estructuradas sujetas a momento de volteo: Un método de análisis simplificado

Sergio A. Martínez Galván & Miguel P. Romo Organista  
Instituto de Ingeniería, UNAM, México



## ABSTRACT

In this paper it is proposed a simplified analysis method to compute the bearing capacity of structured cell foundations subjected to moment loading. A structured cell consists of a top concrete slab structurally connected to concrete perimeteral walls that enclose the natural soil. Contrary to a box foundation it does not include a bottom slab and hence, the soil within the walls becomes an important component of the structured cell. This simplified method considers the three-dimensional geometry of the cell, the shear strength of purely cohesive soils and that there is structural continuity between the top concrete slab and the surrounding walls, along the walls themselves and the walls structural joints. The method was developed from the results of many three-dimensional numerical analyses, which allowed to define that this foundation fails according to a mechanism that depends on the combination of following loads: Vertical (V), horizontal (H) and Moment (M).

## RESUMEN

En este artículo se propone un método de análisis simplificado para calcular la capacidad última ante momento de volteo de las celdas estructuradas de cimentación. Una celda estructurada está constituida por una losa tapa y muros perimetrales, sin losa de fondo. El método simplificado propuesto considera la geometría tridimensional de la celda, la resistencia del suelo puramente cohesivo y que existe continuidad estructural entre losa y muros, a lo largo de los muros y en los contactos entre muros. El método propuesto se desarrolló a partir de los resultados de un exhaustivo análisis numérico tri-dimensional y de evaluar un mecanismo de falla para una combinación de fuerzas externas: Vertical (V) y Horizontal (H), y Momento de volteo (M).

## 1 INTRODUCCIÓN

### 1.1 Antecedentes

Las celdas estructuradas de cimentación son una excelente opción de cimentación cuando se combinan los ambientes complejos de carga con los depósitos de suelos blandos puramente cohesivos que presentan resistencia baja y deformabilidad alta.

Un ambiente complejo de carga lo impone la estructura a la cimentación cuando se combinan las fuerzas vertical y horizontal, y el momento de volteo. En algunos casos, la fuerza horizontal y el momento pueden ser más importantes que la carga de compresión vertical generada por el peso de la estructura más el peso generado por su servicio. Estructuras como puentes vehiculares, turbinas de viento, torres de transmisión eléctrica y plataformas marinas, imponen ambientes complejos de carga, Audibert et al., (2003) y Tjelta et al., (1990).

Como alternativa a las soluciones tradicionales para cimentar en suelos blandos de la ciudad de México, se propuso (Romo et al., 2002) la celda estructurada, coloquialmente conocida como “vaso invertido”. En este artículo se presenta un método de análisis simplificado para calcular su capacidad portante al ser sometida a cargas combinadas (fuerzas vertical, horizontal y momento de volteo).

### 1.2 Celda estructurada de cimentación

Una celda estructurada de cimentación está compuesta por muros perimetrales (e intermedios si se requieren por las dimensiones en planta de la cimentación) estructuralmente ligados a una losa tapa, sin losa de fondo, Figura 1. Esta cimentación presenta, *a priori*, algunas ventajas desde el punto de vista constructivo. Los muros perimetrales e intermedios pueden construirse en el sitio con la técnica conocida como muro Milán o pueden colocarse tableros pre-fabricados, Rioboó (2004) y Rioboó y Romo (2004), donde la relación peso del tablero pre-fabricado vs potencia de la grúa condiciona la geometría del pre-fabricado. Después, se procede a la construcción de la losa tapa la cual se realiza de manera monolítica. Este procedimiento constructivo produce dos ventajas: (1) No se requiere excavación profunda que genera costos, tiempo de construcción y control de calidad del proceso de excavación, SMMS (2000 y 2001) y (2) Rapidez de construcción. Además, la losa tapa funciona como un elemento que rigidiza el sistema losa-muros.

El método de análisis simplificado que se propone considera las siguientes condiciones de carga: Fuerzas verticales de compresión (V), combinación de fuerzas vertical (V) y horizontal (H), y el momento de volteo (M); el método de análisis que se propone considera la siguiente relación:

$$M_{ru} = M_{rp} + M_{rae} + M_{raa} + M_{rff} + M_{rEp} - M_{Ea} \quad (1)$$

donde:  $M_{ru}$  = momento resistente último al volteo de la cimentación,  $M_{rp}$  = momento resistente a la penetración de la punta de la celda el cual considera el efecto de la rigidez combinada de los muros y de la losa de cimentación,  $M_{rae}$  = momento resistente por adherencia externa de los muros perimetrales,  $M_{raa}$  = momento resistente por adherencia interna de los muros perimetrales,  $M_{rff}$  = momento resistente generado por la falla plana frontal en la dirección del cortante basal,  $M_{rEp}$  = momento resistente generado por el empuje pasivo del suelo vecino a la celda y  $M_{Ea}$  = momento generado por el empuje activo del suelo vecino a la celda.

Por cuestiones de espacio, en el presente artículo sólo se presentan los resultados que definen el momento resistente a la penetración de la celda. Para detalles de los sumandos de la ecuación 1, ver Martínez (2011).

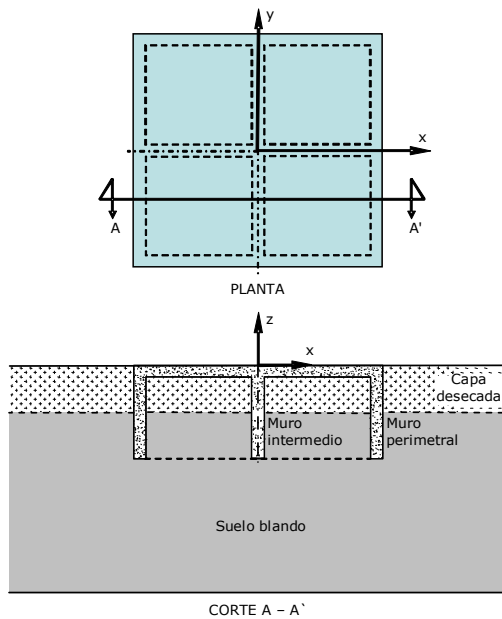


Figura 1. Esquema de una celda estructurada de cimentación.

## 2 MOMENTO RESISTENTE A LA PENETRACIÓN

### 2.1 Antecedentes

Recientemente, la combinación de los métodos numérico y de análisis límite están generando métodos sencillos de análisis para problemas de estabilidad de estructuras geotécnicas, por ejemplo Gouvernec et al. (2006), Salgado et al., (2004), Martin (2001), Romo (1972) y Resendiz y Romo (1981).

El método de análisis que se propone es el resultado de la combinación de los métodos de análisis numérico y de análisis límite, para determinar el momento último resistente de la celda de cimentación y el mecanismo de falla plástica correspondiente.

### 2.2 Nomenclatura y convención de signos

La notación adoptada para cargas y desplazamientos se muestra en la Tabla 1. En esta tabla  $c$  = cohesión,  $B$  = ancho de la cimentación,  $A_c$  = área en planta de la cimentación y  $N^*c_v$ ,  $N^*c_H$  y  $N^*c_M$  son factores cohesivos de resistencia a las cargas vertical, horizontal y momento, respectivamente.

Además, la convención de signos para desplazamientos y cargas obedece a la regla de la mano derecha. Así, el momento y el giro son positivos si son congruentes con la rotación de las manecillas del reloj.

Tabla 1. Notación adoptada.

Tipo	Vertical	Horizontal	Rotación
Carga	V	H	M
Carga última	$V_u$	$H_u$	$M_u$
Carga adimensional	$V/cA_c$	$H/cA_c$	$M/cBA_c$
Carga última adimensional	$N^*c_v = V_u/cA_c$	$N^*c_H = H_u/cA_c$	$N^*c_M = M_u/cA_cB$
Carga última normalizada	$VN=V/V_u$	$HN=H/H_u$	$MN=M/M_u(V=0.5V)$
Desplazamiento o giro	v	h	$\theta$

### 2.3 Marco de referencia

Convencionalmente, las cargas de colapso ( $V_u$ ,  $H_u$  y  $M_u$ ) de zapatas rígidas desplantadas superficialmente en suelo puramente cohesivo son calculadas con la ayuda de algunos factores que se adicionan a la solución clásica de deformación plana para capacidad de carga última ( $q_u$ ), Terzaghi (1943). Para condiciones no drenadas la relación es:

$$q_u = \frac{V_u}{A_c} = cN_c F_f F_p F_i = cN^*_{cv} F_i \quad (2)$$

donde:  $N_c$  = factor cohesivo de capacidad de carga (igual a 5.14),  $F_f$  = factor de forma de la planta de la cimentación,  $F_p$  = factor de profundidad de desplante de la cimentación, para desplante superficial  $F_p = 1$ ;  $F_i$  = factor por carga inclinada y  $A_c$  = área efectiva en planta de la cimentación que considera la excentricidad de carga que produce el momento.

Hay varias propuestas que definen el factor de forma, Meyerhof (1951), Hansen (1970) y Vesic (1973) lo definen como:

$$F_f = 1 + 0.2B/L \quad (3)$$

y Gourvenec et al. (2006) proponen:

$$F_f = 1 + 0.214B/L - 0.067(B/L)^2 \quad (4)$$

El factor por carga inclinada se calcula con:

$$F_i = 0.5 + 0.5 \sqrt{1 + \frac{H}{cA'_c}} \quad (5)$$

la cual se basa en una solución algebraica exacta para carga inclinada, Green (1954), dada por:

$$\frac{V}{A'_c c} = \left(1 + \frac{\pi}{2}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{H}{A'_c c}\right) + \sqrt{1 + \left(\frac{H}{A'_c c}\right)^2} \quad (6)$$

Meyerhof (1953) considera la acción combinada de la carga vertical y del momento como una carga vertical aplicada con una excentricidad con respecto al centroide geométrico en planta de la cimentación. La excentricidad de carga se calcula con:

$$e = M / V \quad (7)$$

Además, este método considera que una zapata larga de ancho B sujeta a carga vertical con excentricidad e, tiene la misma capacidad de carga que una zapata con ancho efectivo:

$$B' = B - 2e \quad (8)$$

sujeta a la misma carga vertical sin excentricidad. El área efectiva se calcula para una zapata larga con:

$$A'_c = B' L \quad (9)$$

esta relación considera que la excentricidad de la carga es sólo en una dirección, si hay excentricidad de carga en ambas direcciones (zapata rectangular) se deben calcular el largo efectivo y el área efectiva con:

$$L' = L - 2e \quad \text{y} \quad A'_c = B' L' \quad (10)$$

El método de Meyerhof considera implícitamente la combinación de cargas V, H y M; el cálculo se realiza con la superposición lineal de las soluciones para carga puntual excéntrica e inclinada. Los estados límites últimos para carga combinada generados con este método se han cuestionado a la luz de estudios analíticos y numéricos (Ukritchon et al., 1998; y Gourvenec, 2004 y 2007). Además, los estados límites últimos se representan en una envolvente de falla en el espacio de cargas de colapso: Vu-Hu-Mu (Bransby y Randolph, 1998; Ukritchon et al., 1998; Martin y Houslyby, 2001; Taiebat y Carter, 2000 y 2002; Gourvenec y Randolph, 2003; y Gourvenec, 2004 y 2007). La propuesta inicial de una envolvente de falla se debe a Roscoe y Schofield (1957) y ha sido aplicada a problemas de capacidad de carga drenada, Butterfield y Ticof (1979), Nova y Montrasio (1991) y Butterfield y Gottardi (1994).

Los mecanismos de falla no-drenada de zapatas rectangulares bajo carga combinada presentan, Gourvenec (2007), gran similitud a la falla en deformación plana y dependen del factor de forma Ff. Los estados límites últimos de zapatas rectangulares pueden calcularse a partir de una envolvente tipo, con las magnitudes de las cargas límites últimas máximas. Cuando el momento de colapso (Mu) de zapatas desplantadas superficialmente con interfaz con

resistencia a la tensión nula, se calcula con el método del ancho efectivo de Meyerhof; la capacidad por momento se determina como función de la carga vertical, que es el resultado de que la geometría tridimensional se incorpore a través del factor de forma, Ff.

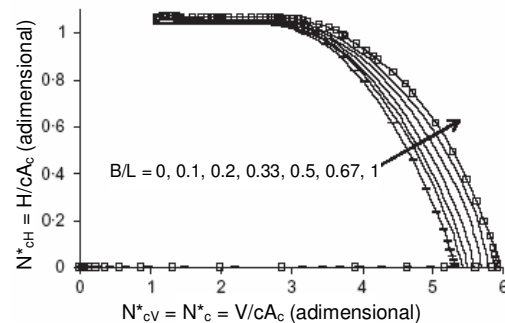
Ukritchon et al. (1998), Taiebat y Carter (2002) y Gourvenec y Randolph (2003) muestran que la forma de la envolvente de falla en el espacio de cargas o el mecanismo de la superficie de falla, difiere entre deformación plana y la forma axisimétrica en condiciones de resistencia a la tensión nula. Como resultado, los estados límites últimos de zapatas axisimétricas bajo carga combinada no son confiables si son calculados a partir de la envolvente de falla para la condición de deformación plana que considera carga uniaxial.

Existen las soluciones del límite superior para zapatas largas y circulares para la condición de resistencia a la tensión ilimitada, esta solución se deriva a partir de un mecanismo de falla rotacional llamado "cucharón", el cual se ubica bajo la zapata y con centro de rotación localizado a cierta distancia por encima del centro de la interfaz zapata-suelo. Murff y Hamilton (1993) establecen el cálculo del trabajo plástico para una falla rotacional en forma de cucharón, la geometría de la falla la definen como un segmento de cilindro para la condición de deformación plana e integran sobre un segmento de esfera para una zapata circular. Randolph y Puzrin (2003) calculan con estos mecanismos óptimos, correspondientes al límite superior (de la teoría de la plasticidad), para deformación plana y zapata circular, donde los valores máximos de cada envolvente son  $Mu/cBAc = 0.69$  y  $0.67$ , respectivamente.

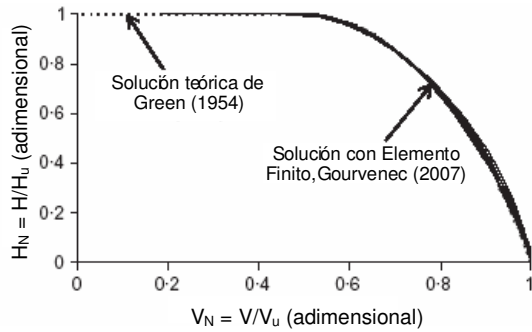
El cálculo de la resistencia horizontal última no drenada (Hu) de una zapata con desplante superficial es trivial, se calcula con:

$$H_u = cA_c \quad (11)$$

Gourvenec (2007) calculó las envolventes de falla en los planos de cargas: Hu-Vu, Mu-Vu y Mu-Hu de zapatas de sección rectangular rígidas con desplante superficial e interfaces con resistencia a la tensión nula, las cuales se muestran en las Figuras 2, 3 y 4, respectivamente.

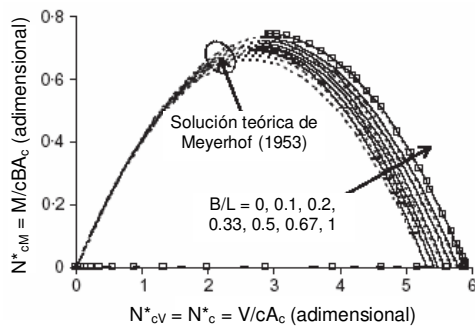


a) Carga última adimensional

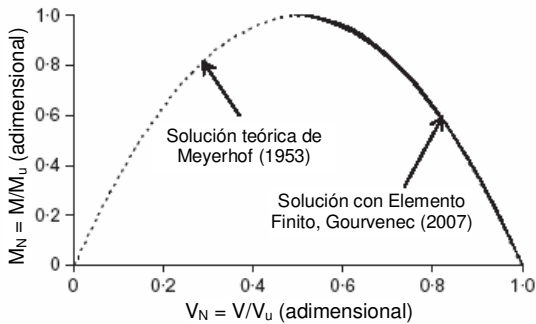


b) Carga última normalizada

Figura 2. Plano de cargas  $H_u-V_u$  con  $M=0$ , de zapata rectangular rígida con desplante superficial, Gourvenec (2007).

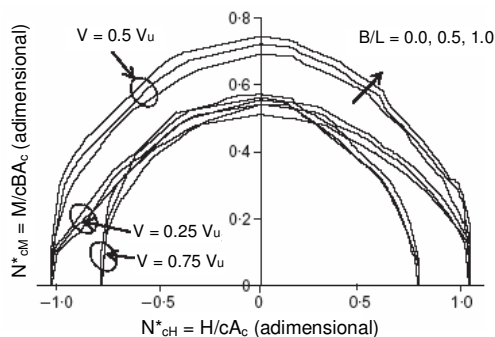


a) Carga última adimensional

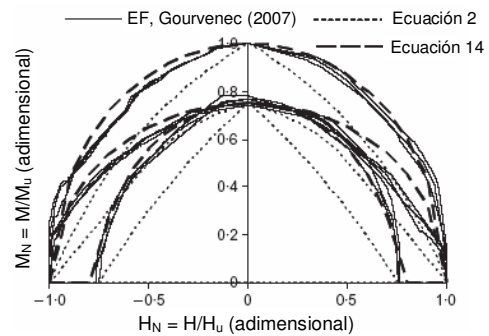


b) Carga última normalizada

Figura 3. Plano de cargas  $M_u-V_u$  con  $H=0$ , de zapata rectangular rígida con desplante superficial, Gourvenec (2007).



a) Carga última adimensional



b) Carga última normalizada

Figura 4. Plano de cargas  $H_u-M_u$  con  $V$  constante, de zapata rectangular rígida con desplante superficial, Gourvenec (2007).

Cada figura tiene dos gráficas: una muestra las cargas últimas adimensionales para definir el tamaño de la envolvente de falla y la otra, las cargas últimas normalizadas para calcular la forma de la envolvente. Además, Gourvenec define ecuaciones para calcular la forma y el tamaño de las envolventes de falla, se resumen en la Tabla 2.

Tabla 2. Relaciones para calcular la forma y el tamaño las superficies de falla de planos de cargas de zapatas rectangulares con desplante superficial e interface con resistencia a la tensión nula.

Plano de cargas	Forma	<sup>1</sup> Tamaño
H-V	para $V_N > 0.5$ $V_N = 0.5 + 0.5 (1 - H_N)0.5$ ó $H_N = 4 (V_N - V_N^2)$ y para $V_N \leq 0.5$ $H_N = 1$	$N^*_{cH} = H_u/cA_c = 1$  $N^*_{cV} = V_u/cA_c = N_c F_f$
M-V	$M_N = 4 (V_N - V_N^2)$	$N^*_{cM} = M_u/cBA_c = 0.64 + 0.05 B/L$
<sup>2</sup> M-H	$\left(\frac{H_N}{H_N^*}\right)^2 + \left(\frac{M_N}{M_N^*}\right)^2 = 1$	

<sup>1</sup> El factor de forma ( $F_f$ ) se calcula con las ecuaciones 3 y/ó 4.

<sup>2</sup> Las cargas últimas adimensionales  $H^*_N$  y  $M^*_N$ , se calculan en función  $V_N$  con las relaciones de los planos de carga H-V y M-V, respectivamente.

## 2.4 Definición de la carga límite (colapso)

Mediante análisis numérico por etapas, se incrementaron los desplazamientos vertical y horizontal ( $v$ ,  $h$ ) y el giro ( $\theta$ ) aplicados en el área en planta de la losa que constituye la celda estructurada, hasta que la masa de suelo llegó a la falla plástica. La aplicación de los desplazamientos está en función del tipo de carga a

calcular, en el caso de momento de volteo se aplicó una distribución lineal de desplazamientos verticales a lo largo del eje transversal, se generan dos zonas, una de compresión y una de tensión; además, a lo largo del eje longitudinal (que es normal a la aplicación de los desplazamientos) se tiene desplazamiento nulo. En el caso de carga horizontal, los desplazamientos son uniformes en el área de la losa y se aplicaron al nivel de la losa tapa, esto es equivalente a considerar una rigidez horizontal infinita de la losa. En cada incremento de desplazamiento y de giro se calcularon las fuerzas o el momento correspondiente que se genera en el suelo.

**Criterio de falla plástica:** En la respectiva curva fuerza horizontal, fuerza vertical o momento (M) vs desplazamientos máximo entre semi-ancho de la losa, se revisó la condición de falla plástica o colapso de acuerdo con lo indicado en la Figura 5. Para el estado de esfuerzos que corresponde al punto de colapso, se revisó que la velocidad de desplazamiento forme una superficie de falla plástica cinemáticamente admisible, criterio del límite superior de la teoría de la plasticidad.

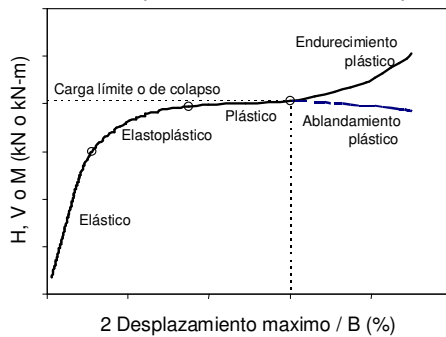


Figura 5. Criterio de falla plástica.

## 2.5 Modelo de análisis de las celdas estructuradas

En el presente estudio se considera que el suelo es puramente cohesivo con cohesión  $c = 20$  kPa, módulo de elasticidad  $E = 100 c$ , peso volumétrico  $\gamma = 12$  kN/m<sup>3</sup> y relación de Poisson  $\nu = 0.49$ . Adicionalmente, el espesor de los muros de la celda es de 0.50 m y se modelan como sólidos con propiedades de concreto, con  $f'c = 350$  kg/cm<sup>2</sup> y relación de Poisson de 0.20. Las etapas de carga externa se aplican a partir de las condiciones de peso propio del suelo, para considerar el correspondiente estado de esfuerzos.

La forma y el tamaño de las superficies de fluencia en los planos de cargas  $H_u-V_u$ ,  $M_u-V_u$  y  $M_u-H_u$  de las celdas estructuradas cuadradas calculados en el presente estudio se describen y comentan por plano de cargas; además, las Figuras 2, 3 y 4 se toman de referencia para comparar estos resultados.

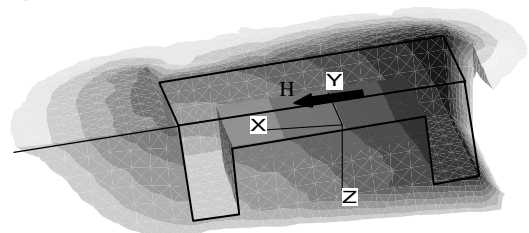
## 2.6 Plano de cargas H-V, M = 0

Cuando el sistema de cargas es horizontal puro ( $V = 0$ ), los movimientos horizontales empujan al suelo que se encuentra al frente de la celda con respecto a la dirección de la carga horizontal; además, se desarrollan

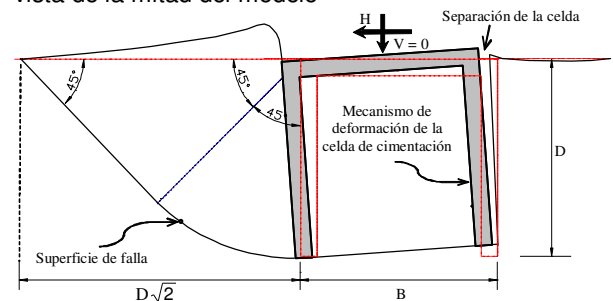
fuerzas resistentes al esfuerzo cortante en el suelo al nivel de la base de los muros de la celda y en el frente de la celda a partir de la punta del muro frontal y hacia la superficie del suelo vecino, frente al muro; esta superficie de falla combina la forma circular en su parte baja con un corte lineal cerca de la superficie del terreno, Figura 6. Estas fuerzas resistentes se complementan con las generadas por adherencia lateral externa de las paredes de los muros frontal y laterales de la celda. La cara posterior de la celda no desarrolla fuerzas de adherencia debido a la separación de la celda del suelo vecino, como se muestra en la Figura 6b.

El mecanismo de falla simplificado mostrado en la Figura 6b, proporciona magnitudes menores (en promedio 5 %) del factor  $N^*c_H$  máximo (generado para  $V = 0$ ) que el modelo numérico, esto debido a que en el modelo numérico tridimensional se considera la resistencia del suelo ubicado alrededor de las esquinas de la celda.

Cuando el sistema de cargas es vertical puro ( $H = 0$ ), el mecanismo de falla es del tipo general, transición o punzonamiento, Terzaghi (1943), en función de la profundidad de desplante de la celada de cimentación, más detalles en Martínez y Romo (2010) y Martínez (2011).



a) Mecanismo de falla obtenido del análisis numérico, vista de la mitad del modelo



b) Mecanismo de falla simplificado

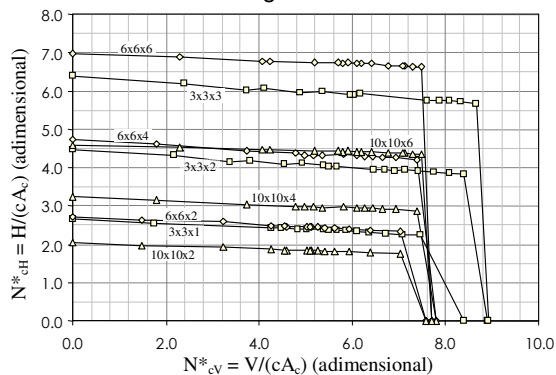
Figura 6. Superficie de falla plástica generada por carga horizontal pura ( $V=0$  y  $M=0$ ) en una dirección.

La Figura 7 muestra los planos de cargas últimas adimensional y normalizada ( $N^*c_H-N^*c_V$  y  $H_N-V_N$ , respectivamente) de las celdas de cimentación cuadradas. Estos planos de carga difieren de los correspondientes de zapatas con desplante superficial (Figura 2), debido principalmente a que los muros de la celda desarrollan resistencia por adherencia lateral y empuje horizontal. La Figura 7 muestra que la resistencia horizontal última ( $H_u$ ) máxima ocurre cuando

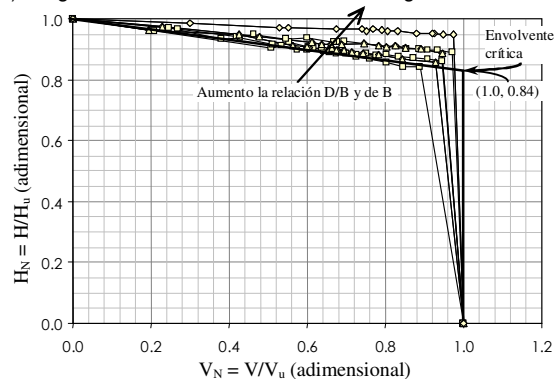
$V = 0$ ; además,  $H_u$  disminuye casi-linealmente al aumentar la carga vertical. Para cada geometría de la celda, definida en la figura por  $B \times L \times D$ , la resistencia horizontal última es mínima cuando la resistencia vertical última ( $V_u$ ) es máxima; además, la  $H_u$  mínima varía entre 0.84 y 0.95 de la  $H_u$  máxima, Figura 7b. Por lo tanto, las fuerzas resistentes horizontales condicionan la forma de la superficie de falla para cualquier magnitud de la carga vertical.

Conviene enfatizar que al aumentar la magnitud de la carga vertical, ésta provoca que el mecanismo de falla sea más profundo, pero domina el mecanismo de falla que produce la carga horizontal, así mu muestran las gráficas líneas con pendiente suave de la Figura 7.

Para precisar datos, las magnitudes de  $N^*_{cH}$  y  $H_N$  que se muestran en las Figuras 7a y 7b, respectivamente, son resultado del mecanismo de falla simplificado (Figura 6b) y son parte del método de análisis simplificado que se propone para el diseño geotécnico de las celdas estructuradas de cimentación, para las condiciones de carga mencionada. Además, el análisis geotécnico de una celda cuadrada de un caso práctico, se recomienda utilizar la envolvente de falla crítica mostrada en la Figura 7b.



a) Carga última adimensional de celdas con geometría  $B \times L \times D$



b) Carga última normalizada

Figura 7. Plano de cargas  $H_u$ - $V_u$  con  $M=0$ , celda cuadrada.

Conviene enfatizar que al aumentar la magnitud de la carga vertical, ésta provoca que el mecanismo de falla sea más profundo, pero domina el mecanismo de falla

que produce la carga horizontal, así mu muestran las gráficas lineales con pendiente suave de la Figura 7.

Para precisar datos, las magnitudes de  $N^*_{cH}$  y  $H_N$  que se muestran en las Figuras 7a y 7b, respectivamente, son resultado del mecanismo de falla simplificado (Figura 6b) y son parte del método de análisis simplificado que se propone para el diseño geotécnico de las celdas estructuradas de cimentación, para las condiciones de carga mencionada. Además, el análisis geotécnico de una celda cuadrada de un caso práctico, se recomienda utilizar la envolvente de falla crítica mostrada en la Figura 7b.

## 2.7 Plano de cargas M-V, H = 0

Físicamente no es posible generar momento de volteo puro; es decir con  $V=0$ , debido a que las fuerzas que componen el momento son fuerzas verticales. Para zapatas con desplante superficial, el momento último máximo ocurre cuando  $V = 0.5 V_u$ , Figura 3b. Al aplicar el momento de volteo último máximo en una dirección a las celdas estructuradas, el mecanismo de falla que se produce en el suelo se muestra en la Figura 8, tiene la forma de doble cucharón, uno de ellos se genera por efecto del muro de la celda sujeto a compresión y el otro se produce por tensión.

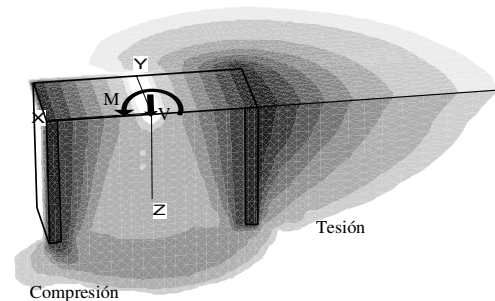


Figura 8. Mecanismo de falla plástica por momento de volteo en una dirección, vista de la mitad del modelo

En el caso de celdas de cimentación cuadradas, el momento último máximo depende de la carga vertical y de la profundidad de desplante de los muros de la celda, como lo muestran los planos de cargas últimas adimensional y normalizada ( $N^*_{cM}$ - $N^*_{cV}$  y  $M_N$ - $V_N$ , respectivamente) de la Figura 9. Esta figura está organizada para diferentes relaciones de ancho y largo  $B \times L$  ( $A_c$ ) y cada curva define una profundidad de desplante de la celda ( $D$ ). Las Figuras 9b, d y f muestran que el factor  $M_N$  está normalizado con respecto  $M_u$  que corresponde a  $0.50 V_u$  (y no al  $M_u$  máximo), con lo cual se observa que la curva es un poco más grande que una parábola perfecta cuando  $V_N > 0.5$  y que este efecto depende de la profundidad de desplante de las celdas.

Como conclusión preliminar, las fuerzas resistentes contra momento de volteo que se desarrollan cuando se aplica momento y carga vertical, dependen del

mecanismo de falla plástica que a su vez es función de la relación de cargas  $M_u/V_u$ .

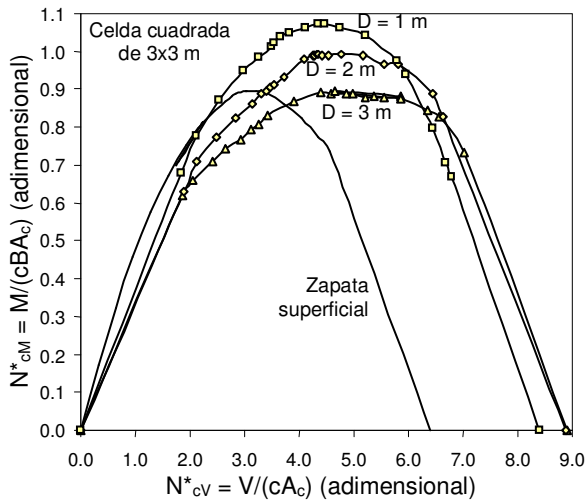
La forma del plano  $M_N-V_N$  no es una parábola perfecta (Figuras 9b, d y f). Sin embargo, por simplicidad y con error cargado del lado de la seguridad, la forma de este plano puede considerarse parabólico. El tamaño del plano  $M_N-V_N$  puede calcularse con base en la Figura 10, donde se observa que el factor  $N^*_{cM}$  (para  $V = 0.50 V_u$ ) es función de la profundidad de desplante de la celda cuadrada de cimentación de ancho  $B$ .

Las gráficas de la Figura 9 y las magnitudes de  $N^*_{cM}$  (para  $V = 0.50 V_u$ ) que se muestran en la Figura 10, son parte del método de análisis simplificado que se propone para el diseño geotécnico de las celdas estructuradas de cimentación sujetas a cargas combinadas.

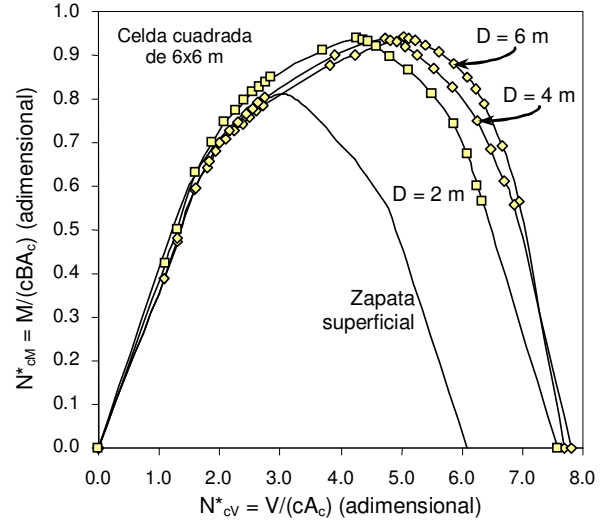
El  $M_u$  calculado en los planos de cargas  $M_u-V_u$  de la Figura 9, define el momento resistente a la penetración de la punta de la celda ( $M_{rp} = M_u$  para  $V = 0.50 V_u$ ), que se calcula con:

$$M_{rp} = c_p N^*_{cM} B A_c \quad (12)$$

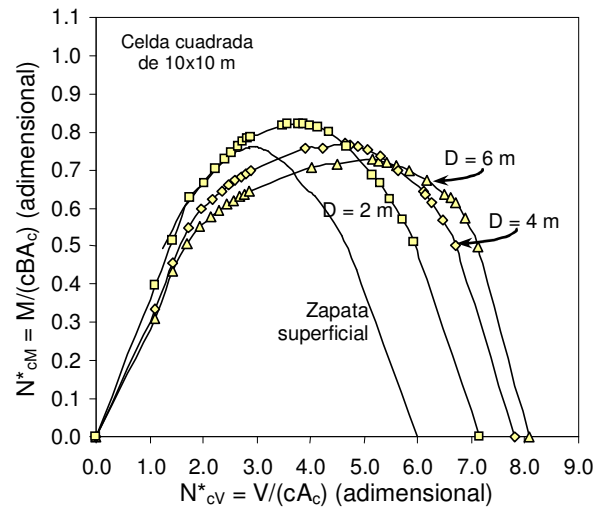
donde:  $c_p$  = cohesión del suelo de desplante de los muros de la celda y las demás variables ya se definieron.



a) Carga última adimensional de celda de 3x3 m ( $A_c$ )

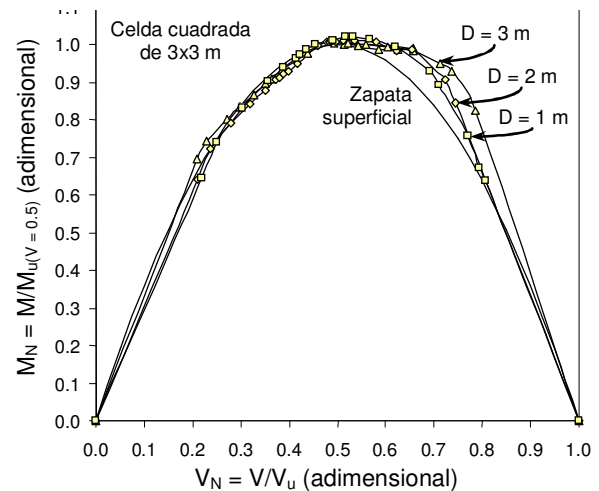


c) Carga última normalizada de celda de 6x6 m ( $A_c$ )

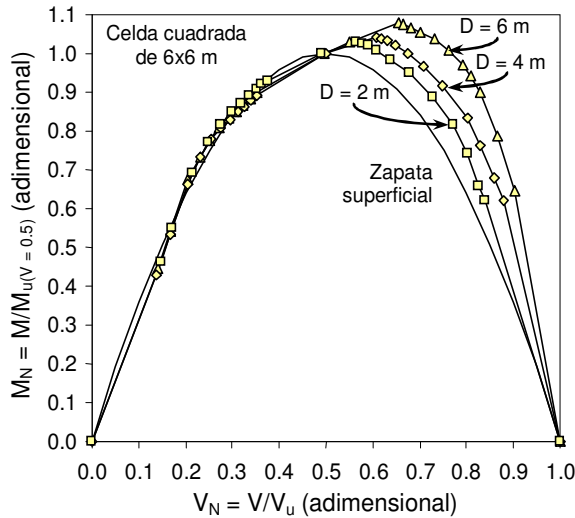


e) Carga última adimensional de celda de 10x10 m ( $A_c$ )

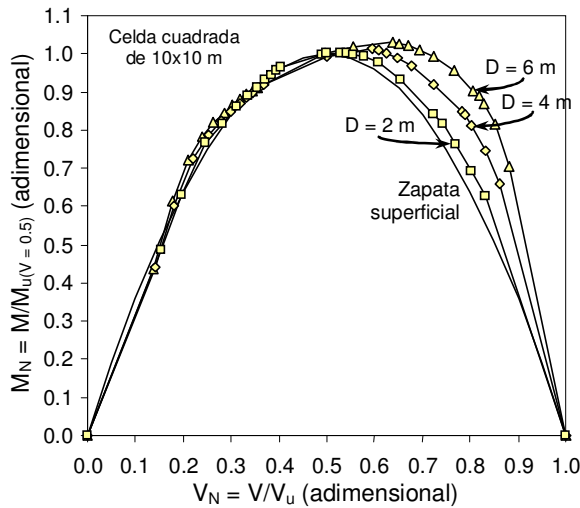
Figura 9. Plano de cargas  $M_u-V_u$  con  $H=0$ , celdas cuadradas



b) Carga última normalizada de celda de 3x3 m ( $A_c$ )



d) Carga última adimensional de celda de 6x6 m ( $A_c$ )



f) Carga última normalizada de celda de 10x10 m ( $A_c$ )

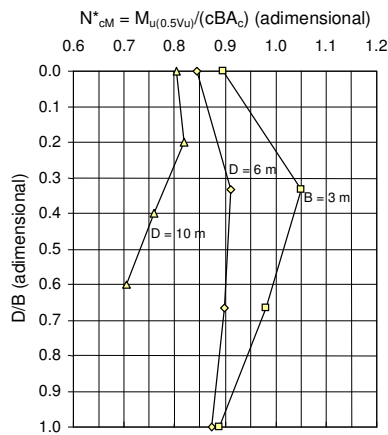


Figura 10. Factores  $N_{cM}^*$  de celdas cuadradas de cimentación inmersas en suelo puramente cohesivo.

## 2.8 Mecanismo de falla para una combinación específica de cargas

En el presente artículo se considera un caso específico de combinación de cargas para definir con precisión el método de análisis simplificado. La combinación de cargas seleccionada corresponde al caso de eventos sísmicos, donde el cortante basal y el momento de volteo tienen la misma dirección, además de que la estructura soporta carga vertical a compresión. La combinación de cargas estudiada presenta las siguientes relaciones:

La carga vertical es  $0.37 V_u$ , la cual se mantiene constante hasta llegar a la falla por momento de volteo. Esta relación no considera la variación de la presión al nivel de desplante de los muros por aumento del momento.

La relación entre el cortante basal y el momento de volteo ( $H/M = 0.103 \text{ m}^{-1}$ ) se mantiene constante hasta llegar a la falla por momento de volteo.

Para reducir variables de análisis se considera que el cortante basal produce momento actuante con respecto al eje de rotación que pasa por el punto  $k$  de la Figura 11, por lo que las variables a analizar son el momento resistente y la carga vertical resistente últimos. La carga vertical o capacidad de carga última ( $q_u$ ) se calculó como se indica en Martínez y Romo (2010) o en Martínez (2011).

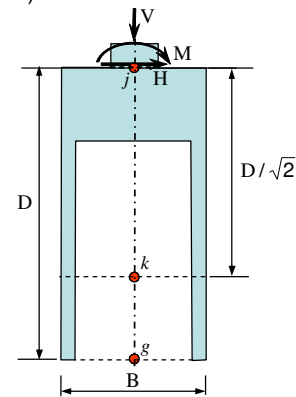
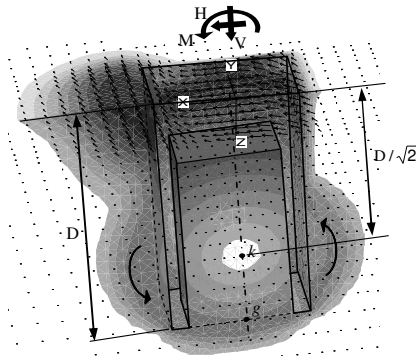


Figura 11. Combinación específica de cargas y variables a analizar.

El mecanismo de falla plástica para la combinación de cargas considerada, calculado numéricamente, se muestra en la Figura 12a, se observa que en el suelo ubicado al frente de la celda con respecto a la dirección del movimiento generado por el momento y el cortante basal, se produce una superficie de falla plana cuyo origen está al tercio bajo del muro. La estructura de la celda al girar y moverse horizontalmente produce empuje sobre el suelo ubicado en la parte frontal-superficial adyacente a la celda y en el suelo ubicado en la parte baja posterior a la dirección del movimiento superficial. Con base en lo anterior, al sumar ambos empujes el resultado es que la celda empuja sobre todo el suelo vecino desde la superficie hasta la punta de los muros. Además, en las caras externas frontal y posterior de la celda se desarrolla adherencia, al igual que en las caras laterales. En la cara externa posterior no se produce separación del muro posterior con respecto al suelo vecino, debido al giro de la celda. Al desplante de



los muros se observa un mecanismo de falla plástica similar al que se desarrolla por momento, Figura 8, generado por la compresión del muro frontal y la tensión del muro posterior.



a) Mecanismo de falla obtenido del análisis numérico, vista de la mitad del modelo

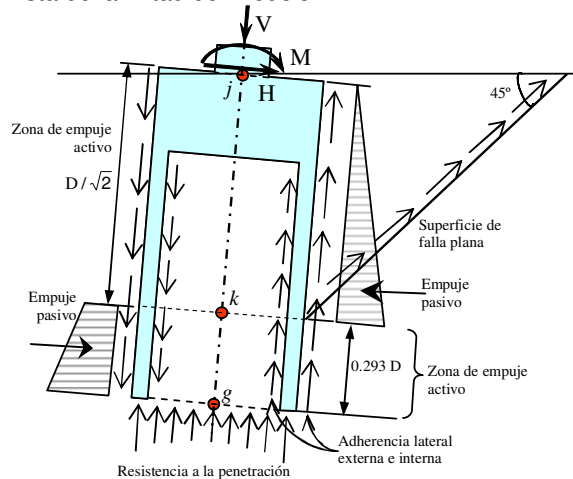


Figura 12. Mecanismos de falla plástica de una celda cuadrada sujeta a una combinación específica de cargas (V, H, M).

La definición del punto k de la Figura 12b se realizó con base a los resultados de un análisis paramétrico que considera diferentes estratigrafías y la variación del eje de rotación entre los puntos j y g que se muestran en la misma figura. Estos resultados se resumen en la Figura 13, donde se observa que el momento resistente por empuje pasivo mínimo se produce a la profundidad  $z = D/\sqrt{2} = 0.707 D$ .

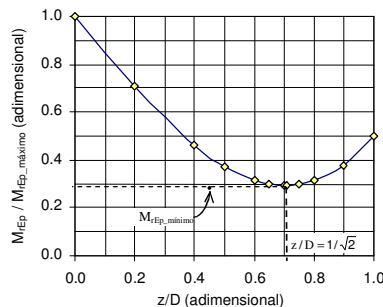


Figura 13. Definición del eje de rotación en función del empuje mínimo.

### 3 MÉTODO DE ANÁLISIS SIMPLIFICADO

El método de análisis que se propone considera que el momento último resistente al volteo ( $M_u$ ) de la celda cuadrada de cimentación se calcula con la ecuación 1 y que la sección en planta de la celda se mantiene constante en profundidad. De acuerdo con el mecanismo de falla simplificado para una dirección de carga, Figura 12b, la celda de cimentación gira con respecto al eje de rotación que pasa por el punto k. Además, en este mecanismo simplificado no se considera la resistencia del suelo ubicado cerca de la esquina de la celda. A continuación se describen cada uno de los sumandos de la ecuación 1.

El momento resistente por penetración de la celda ( $M_{rp}$ ), considera el efecto combinado de la penetración de los muros perimetrales, la rigidez infinita de la losa y la deformación del suelo confinado por los muros de la celda, se calcula con la ecuación 12. Cuando en un problema práctico la cohesión varíe con la profundidad, la cohesión  $c_p$  se determina ponderando los valores de ella con respecto a los espesores de los estratos de arcilla, en el intervalo que va desde el desplante de los muros hasta una profundidad adicional de  $0.5 B$ .

El momento resistente por adherencia lateral externa de los muros perimetrales se calcula con:

$$M_{rae} = \alpha_p \left( BL + \frac{B^2}{2} \right) \sum_{i=1}^N (c_{ti} D_{ei}) \quad (13)$$

donde:  $\alpha_p$  = factor que considera el comportamiento de la interfaz muro-suelo, depende del procedimiento y calidad de la instalación del muro y del tipo de suelo, para contacto concreto-suelo, varía de 0.6 a 1.0 y para arcilla de la ciudad de México es común utilizar 0.7;  $c_{ti}$  y  $D_{ei}$  son respectivamente la cohesión y el espesor del estrato de suelo  $i$  que confina a la celda,  $N$  = número de estratos de suelo en torno a la celda.

El momento resistente por adherencia lateral interna de los muros perimetrales se calcula con:

$$M_{rat} = F_{aa} \alpha_p \left[ (L - 2s_m)(B - 2s_m) + \frac{(B - 2s_m)^2}{2} \right] \sum_{i=1}^{N_a} (c_{2i} D_{ai}) \quad (14)$$

donde:  $c_{2i}$  y  $D_{ai}$  son respectivamente la cohesión y el espesor del estrato de suelo  $i$  dentro de la celda,  $N_a$  = número de estratos de suelo dentro de la celda,  $s_m$  = espesor de los muros y  $F_{aa}$  = factor por adherencia interna que depende de la separación de los muros, de la profundidad de desplante y de la deformación del suelo confinado por los muros de la celda.

El factor  $F_{aa}$  de las celdas de cimentación se calculó con base en los análisis numéricos, para más detalles ver Martínez (2011). En resumen, este factor depende de la deformación que se produce en el suelo confinado por los muros perimetrales de la celda. Esta deformación es pequeña en comparación con la deformación del suelo vecino a la celda, por lo tanto este factor es menor a la unidad. En condiciones de suelo homogéneo y para

celdas cuadradas con ancho que varía entre 3 y 6 m, este factor se calcula con:

$$F_{aa} = 0.26 \left( \frac{D}{B} \right)^{-0.18} \quad (15)$$

que es válido para  $0.15 \leq D/B \leq 2$ . Además, para  $B > 10$  m y  $D/B \leq 2.0$  el factor  $F_{aa}$  es constante e igual a 0.35.

El momento resistente generado por la falla plana frontal a la dirección del cortante basal se calcula con:

$$M_{rff} = \frac{1}{2} c_f DL \left( D + \frac{B}{\sqrt{2}} \right) \quad (16)$$

donde:  $c_f$  = cohesión a lo largo de la superficie plana de falla, se calcula como el promedio ponderando los valores de ella con respecto a los espesores de los estratos de arcilla ubicados desde la superficie hasta 2/3 de la profundidad de desplante.

El momento resistente generado por el empuje pasivo del suelo vecino a la celda se calcula con:

$$M_{rEp} = L \sum_{i=1}^N \left[ (\sigma_{hpsi} z_{1i} + (\sigma_{hpsi} - \sigma_{hpsi})) z_{2i} \right] D_{ci} \quad (17)$$

válido para el intervalo  $0 \leq z \leq (0.707 D)$ , donde:  $z$  = la profundidad,  $\sigma_{hpsi}$  y  $\sigma_{hpsi}$  = esfuerzos horizontales pasivos en la parte superior e inferior del estrato  $i$ , respectivamente;  $z_{1i}$  = brazo de palanca medido de la mitad del estrato  $i$  con respecto al punto  $k$ ;  $z_{2i}$  = brazo de palanca medido del tercio bajo del estrato  $i$  con respecto al eje de rotación que pasa por el punto  $k$ .

El momento generado por el empuje activo del suelo vecino a la celda se calcula con:

$$M_{Ea} = L \sum_{i=1}^N \left[ (\sigma_{hasi} z_{1i} + (\sigma_{hasi} - \sigma_{hasi})) z_{2i} \right] D_{ci} \quad (18)$$

válido para el intervalo  $0 \leq z \leq (0.707 D)$ , donde:  $\sigma_{hasi}$  y  $\sigma_{hasi}$  = esfuerzos horizontales activos en la parte superior e inferior del estrato  $i$ , respectivamente. Si el empuje activo es negativo por efecto de la cohesión, se recomienda considerar nulo su valor.

Implícitamente el cálculo de los esfuerzos pasivos y activos requieren del cálculo de sus respectivos coeficientes. Donde  $K_{pi}$  y  $K_{ai}$  son respectivamente los coeficientes de empuje de tierra pasivo y activo del suelo del estrato  $i$ . Debido a las incertidumbres en el cálculo del  $K_p$ , se recomienda que los valores calculados con  $K_p = \tan^2 (45 + \phi/2)$  se reduzcan al 80%. Además, se recomienda que el coeficiente activo calculado con  $K_a = \tan^2 (45 - \phi/2)$  no se reduzca. En estas relaciones  $\phi$  es el ángulo de fricción interna del suelo del estrato  $i$ .

#### 4 APLICACIÓN

A manera de ejemplo, se presenta la aplicación del método propuesto a un caso hipotético. La Tabla 3

muestra la estratigrafía y las propiedades para el diseño geotécnico de la celda estructurada. El depósito presenta una capa superficial desecada (CS) constituida por suelos limo-arenosos cohesivo-friccionantes. Los estratos de A a D están constituidos por arcilla blanda. La celda es de sección cuadrada de 6x6 m y profundidad de desplante  $D = 12$  m. Los espesores de los muros perimetrales y de la losa son de 0.60 m y 1.50 m, respectivamente.

Tabla 3. Estratigrafía y propiedades para el diseño geotécnico del caso hipotético.

Estrato	Prof. (m)	Espesor (m)	c (kPa)	$\phi$ (°)	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )
CS	0.0	4.50	4.5	50.0	30.0
A	4.5	7.0	2.5	25.0	0.0
B	7.0	9.00	2.0	27.0	0.0
C	9.0	12.0	3.0	32.0	0.0
D	12.0	14.0	2.0	30.0	0.0
Suma =		14.0		$\gamma_p =$	12.5

La Tabla 4 muestra el aporte de cada uno de los sumandos (ecuaciones 12 a 18) que integran la ecuación 1. En este caso, el mayor aporte lo genera el momento resistente generado por empuje pasivo ( $M_{rEp}$ ) con el 71.7 % y la menor, como era de esperarse, la adherencia interna de los muros con el 1.4 %. El momento resistente último ( $M_{ru}$ ) de la celda es 143,967.0 kN-m.

Tabla 4. Aporte de cada uno de los sumandos de la ecuación de momento resistente último, ecuación 1.

$M_{rp}$	$M_{rac}$	$M_{raa}$	$M_{rff}$	$M_{rEp}$	$M_{rEa}$	$M_u$	Unidad
5702	16538	2013	21318	63020	6074	114665	kN-m
5.0	14.4	1.8	18.6	55.0	5.3	100.0	%

Para calcular la resistencia a la penetración, el estrato D es el de apoyo de los muros de la celda tiene de cohesión  $c_p = 30$  kPa y el factor  $N^*c_M = 0.88$ , Figuras 9c y 10.

Para calcular la adherencia externa se considera que el factor  $\alpha_p = 0.7$  y  $A_c = 36$  m<sup>2</sup>. Además, las cohesiones ( $c_{1i}$ ) y los espesores que confinan a la celda ( $D_{ei}$ ) son los respectivos de los estratos CS y de A a D.

La adherencia interna se calcula con  $F_{aa} = 0.23$ , obtenido con la ecuación 15. A diferencia del cálculo de la adherencia externa, el espesor del estrato CS se reduce por considerar el espesor de la losa, por lo tanto,  $D_{a1} = 3.0$  m. Los demás espesores son iguales a los correspondientes a los estratos A a D. Las cohesiones ( $c_{2i}$ ) son las correspondientes a los estratos CS y de A a D.

La cohesión promedio de la falla plana al frente de la celda ( $c_f = 36.5$  kPa), ponderada con los espesores de cada estrato que cubre la falla plana.

## 5 CONCLUSIONES

En el presente artículo se propone el método para calcular las envolventes de los planos de cargas combinadas de las celdas estructuradas cuadradas, que son una excelente opción para cimentar estructuras que presentan momento de volteo de magnitud importante. Además, se propone un método de análisis estático simplificado para determinar el momento resistente último, generado por una combinación específica de momento de volteo, cortante basal y carga vertical aplicados en la superficie de las celdas estructuradas de cimentación. El método propuesto se basa en las ecuaciones 1 y de la 12 a la 18.

La combinación de cargas que se utilizó en el método propuesto, es similar a la solicitada por los apoyos de viaductos elevados durante eventos sísmicos en la ciudad de México, por lo que se presume, este método será de utilidad para el análisis preliminar de la cimentación de los apoyos de este tipo de estructuras.

El procedimiento de análisis que se utilizó para definir el método simplificado, se validó con soluciones publicadas que son el resultado del análisis límite y de la combinación de métodos numéricos con análisis límite.

## 6 REFERENCIAS

- Audibert, J.M.E., Clukey, E.C., y Huang, J., (2003). "Suction caisson installation at Horn Mountain - A case history", Proceedings of 13 International Offshore and Polar Engineering Conference.
- Bransby, M.F. y Randolph, M.F. (1998). "Combined loading of skirted foundations". *Geotechnique* 48, No. 5, 637–655.
- Butterfield, R. y Gottardi, G. (1994). "A complete three-dimensional failure envelope for shallow footings on sand". *Geotechnique* 44, No.1, 181–184.
- Butterfield, R. y Ticof, J. (1979). "Design parameters for granular soils (discussion contribution)", Proc. 7th Eur. Conf. Soil Mech. Found. Engng, Brighton 4, 259–261.
- Gourvenec, S. (2004). "Bearing capacity under combined loading: a study of the effect of shear strength heterogeneity", Proc. 9th Australia New Zealand Conf. on Geomechanics, Auckland, 527–533.
- Gourvenec, S. (2007). "Shape effects on the capacity of rectangular footings under general loading", *Geotechnique* 57, No. 8, 637–646.
- Gourvenec, S. y Randolph, M.F. (2003). "Effect of strength nonhomogeneity on the shape and failure envelopes for combined loading of strip and circular foundations on clay". *Geotechnique* 53, No. 6, 575–586.
- Gourvenec, S., Randolph, M.F. y Kingsnorth, O. (2006). "Undrained bearing capacity of square and rectangular footings", *International Journal of Geomechanics*. May/June, Vol. 6, No. 3, pp 147-157.
- Green, A.P. (1954). "The plastic yielding of metal junctions due to combined shear and pressure", *J. Mech. Phys. Solids* 2, No. 3, 197–211.
- Hansen, J.B. (1970). "A revised and extended formula for bearing capacity", Danish Geotechnical Institute, Copenhagen, Bul. No. 28, 21 pp. (successor to Bul. No. 11).
- Martin, C.M. (2001). "Vertical bearing capacity of skirted circular foundations on Tresca soil", Proc. 15th Int. Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Istanbul, Vol. 1, pp 743-746.
- Martin, C.M. y Houlsby, G.T. (2001). "Combined loading of spudcan foundations on clay: numerical modelling", *Geotechnique* 51, No. 8, 687–699.
- Martínez, S.A. (2011). "Método de análisis simplificado para un nuevo tipo de cimentación en suelos blandos", Tesis doctoral, Posgrado de Ingeniería, UNAM. En proceso.