Efectos de la variabilidad de los movimientos del terreno en la respuesta sísmica de un paso vehicular elevado

Juan M. Mayoral, Jenny Z. Ramírez & Francisco A. Flores
Institute of Engineering, UNAM

2011 Pan-Am CGS Geotechnical Conference

ABSTRACT
The evaluation of the ground motion variability effects is crucial when analyzing and designing long-span structures, such as strategic bridges. Some of the most important sources in this variability are the wave passage, wave scattering and the site-response effects. This paper presents the ground motion variability effects of an overpasses focused on the ground motion variability due to rapid changes in subsoil conditions. A numerical study was conducted using a 2-D finite difference model of a critical seven-support-section of an overpass, including both the structure comprised by seven supports and the free field, using the program FLAC. The response of the free field was calibrated comparing the results obtained with FLAC, with those obtained with a finite element model with the QUAD4M program, using equivalent linear properties. The response of the urban overpass is shown in terms of spectral accelerations at the upper deck and foundation. Relative displacements were obtained to assess the overall performance of the structure during the design earthquake.

RESUMEN
La evaluación de los efectos de la variabilidad de los movimientos del terreno en estructuras de longitud importante (*e.g.* puentes) es un paso clave en el análisis y diseño de éstas. Algunos de los aspectos más relevantes que influyen y ocasionan tales variaciones son: el paso y la dispersión de las ondas sísmicas, y los efectos de sitio. En este artículo se presenta la evaluación de la respuesta sísmica de un paso vehicular elevado, particularmente debido al cambio rápido en las condiciones del subsuelo, para lo cual se desarrolló un modelo de diferencias finitas bidimensional de un tramo de siete apoyos críticos empleando el programa FLAC. Los resultados de la respuesta en campo libre obtenidos con FLAC, se calibraron con aquellos calculados con un modelo de elemento finito bidimensional mediante el programa QUAD4M usando propiedades lineales equivalentes. La respuesta sísmica del paso vehicular elevado es presentada en términos de aceleraciones espectrales en la cimentación y la superestructura. Se calcularon los desplazamientos relativos en las trabes para evaluar el comportamiento global de la estructura frente al sismo de diseño.

1 INTRODUCCIÓN

La evaluación de los efectos de la variabilidad de los movimientos del terreno en estructuras lineales, tales como puentes o pasos vehiculares elevados, es un paso clave durante la etapa de análisis y diseño (e.g. Chouw y Hao, 2005, Jeremic *et al.,* 2009). Las consecuencias de omitir estas evaluaciones pueden ser muy costosas. En particular, el estudio del comportamiento sísmico de pasos vehiculares elevados debe incluir la determinación de los movimientos del terreno a lo largo de la estructura, con objeto de revisar que las componentes transversal y longitudinal de los desplazamientos relativos en los apoyos y las vigas centrales puedan ser reducidas y se eviten posibles daños o el colapso. La variabilidad espacial de los movimientos del terreno a lo largo de una estructura lineal de gran longitud, como lo son los pasos vehiculares elevados, depende de varios factores interrelacionados, entre los que destacan: el paso y la dispersión de las ondas sísmicas de arribo, los efectos de sitio, las características de la excitación, la geometría de la estructura y su cimentación y la interacción suelo-cimentación-estructura. La evaluación de estos factores es de suma importancia especialmente en zonas urbanas altamente pobladas y con alto riesgo sísmico, como es el caso de la Ciudad de México, la cual fue severamente afectada por el sismo de Michoacán, del 19 de septiembre de 1985 (M_w=8.1).

En este trabajo se presenta la evaluación de los efectos de la variabilidad de los movimientos del terreno en la respuesta sísmica de un paso vehicular elevado, debido a cambios rápidos en las condiciones del subsuelo, para lo cual se realizó un modelo de diferencias finitas bidimensional de un tramo de siete apoyos críticos (S-1 a S-7) empleando el programa FLAC (Itasca, 2005). El ambiente sísmico hipotético corresponde a un sismo de magnitud M_w=8.2 cuyo epicentro tendría lugar en la zona de subducción de México.

2 DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

El paso vehicular elevado analizado en este artículo se está construyendo en la región noroeste de la Ciudad de México, y consiste de tabletas de concreto presforzado que descansan sobre trabes de soporte y centrales, de concreto postensado y presforzado, respectivamente (Fig. 1). Las trabes de soporte se encuentran

estructuralmente unidas a las columnas de concreto pretensado, las cuales a su vez, son ligadas monolíticamente a una zapata de cimentación de 3.6 por 4.6 m^2, conectada a cuatro pilas de concreto coladas *in-situ* de 0.80 m de diámetro (Fig. 2).

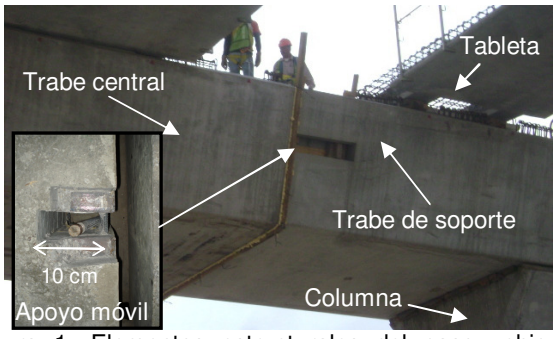


Figura 1. Elementos estructurales del paso vehicular elevado

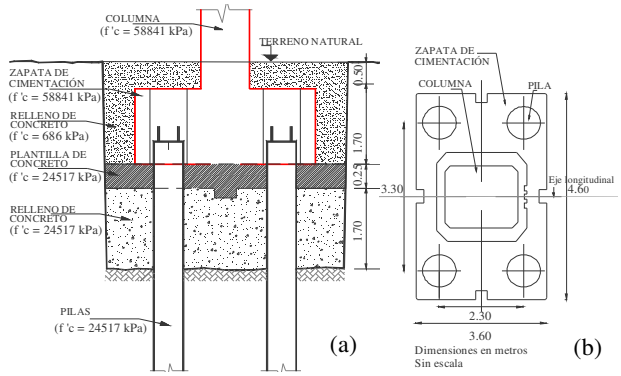


Figura 2. Esquema de la cimentación (a) elevación (b) planta.

La zapata de cimentación tiene 1.70 m de espesor; sin embargo, con el fin de garantizar un comportamiento adecuado de la misma, se mejoró la zona que la rodea y bajo de ella con un relleno de concreto, constituyendo una cimentación masiva, por lo que la profundidad efectiva de ésta, es de 4.15 m. La separación entre las pilas es de 2.30 m y 3.30 m, en la dirección longitudinal y transversal, respectivamente. La geometría de la zapata de cimentación es idéntica para los siete apoyos críticos, sin embargo, la profundidad de desplante de las pilas del apoyo S-1 es de 16 m, mientras que para el resto de los apoyos es de 33 m. La resistencia a la compresión a los 28 días, f'_c, de las columnas, trabes y zapata de cimentación es de 58841 kPa (i.e. Elementos estructurales de alta resistencia). La resistencia, f'_c de las pilas y el relleno de concreto utilizado bajo la zapata es de 24517 kPa.

El sistema de apoyos utilizado está constituido por dos bloques de neopreno, que descansan sobre las ménsula de las trabe de soporte, dos topes sísmicos que impiden el movimiento transversal relativo, y cuatro pernos por ménsula que anclan las trabes centrales a las de soporte, sujetándolas con placas de agujero circular u oblongo según sea apoyo "fijo" o "móvil", respectivamente. El apoyo móvil permite un libre movimiento entre trabes de 10 cm en sentido longitudinal (Fig. 1) mientras que el apoyo fijo conecta ambas trabes, impidiendo éste.

3 CONDICIONES DEL SUBSUELO

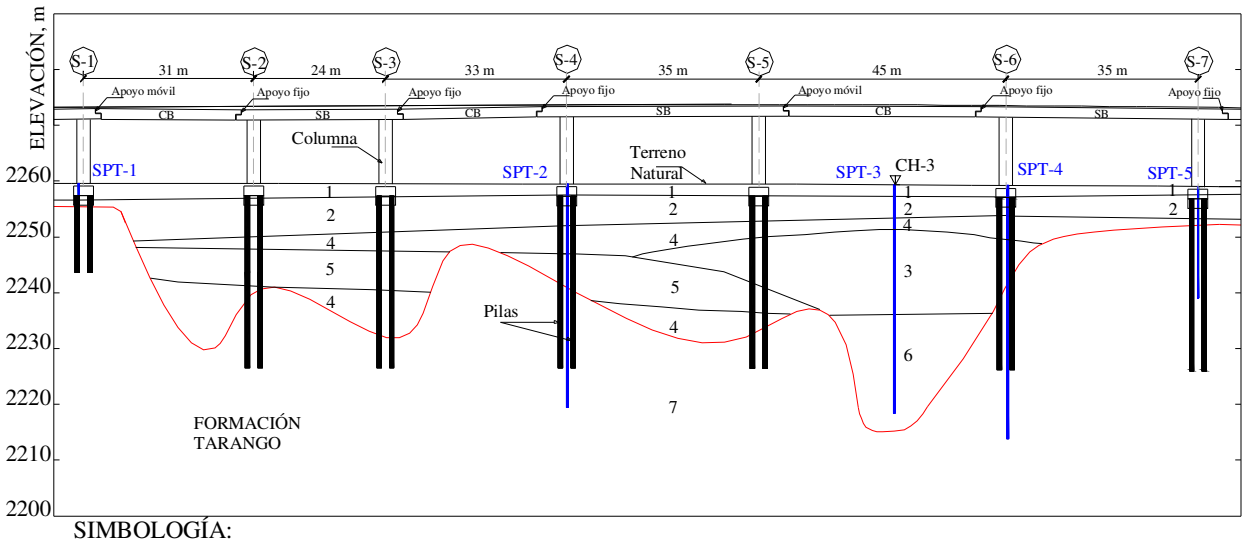
Para caracterizar las condiciones geotécnicas del subsuelo donde se localizan los apoyos críticos analizados, se realizaron cinco ensayos de penetración estándar (SPT) con recuperación de muestras (Fig. 3), en los cuales el nivel de aguas freáticas no fue detectado. Además se realizaron tres Cross Holes, CH-1, CH-2 y CH-3 a profundidades de 33 m, 30 m y 45 m, respectivamente, para medir la variación de la velocidad de onda de cortante con la profundidad. Los ensayes CH- 1 y CH-2 detectaron la Formación Tarango, y estuvieron localizados a 2 km y 1.4 km del sondeo CH-3, respectivamente. Este último, fue realizado junto al sondeo SPT-3 entre los apoyos S-5 y S-6, zona que corresponde a los depósitos aluviales más profundos dentro del área de estudio (Fig. 3). Adicionalmente, se llevaron a cabo siete sondeos eléctricos verticales para conocer la configuración topográfica de la frontera entre la Formación Tarango y los depósitos aluviales.

De los resultados de la exploración geotécnica, se encontró que el perfil del subsuelo del sitio de estudio mostrado en la Fig. 3, está constituido por un relleno de 2.0 m de espesor el cual descansa sobre una capa de arcilla arenosa de consistencia blanda a media de espesor variable. Debajo de este estrato, el número de lentes de arena se incrementa. Sin embargo, en la zona de los depósitos aluviales más profundos se puede observar que existe un estrato de arcilla de consistencia media con resistencia al esfuerzo cortante no drenado, S_u, de 78.5 kPa y 15 m de espesor; y una arcilla de consistencia dura con S_u igual a 140 kPa y 11 m de espesor. Estas arcillas presentan índices de plasticidad, *IP*, menores al 30% y contenidos de agua, w (%), alrededor de 40%. Por debajo de los depósitos aluviales se encuentra la Formación Tarango (con $(N_1)_{60}$, mayores a 65). La Tabla 1 resume las propiedades mecánicas del perfil estratigráfico mostrado en la Fig. 3.

Tabla 1. Propiedades mecánicas del perfil de suelo

Material	γ (kN/m^3)	S_u (kPa)	ϕ (°)
Relleno	16.7	29.4	18
Arcilla arenosa de consistencia blanda	17.0	41.2	6
Arcilla de consistencia media	18.2	78.5	10
Arena limosa	17.4	58.9	21
Limo arenoso de compacidad muy densa	17.7	29.4	33
Arcilla arenosa de consistencia dura	18.3	140.3	15
Formación Tarango (<45 m)	18.6	53.0	33
Formación Tarango (>45 m)	19.0	0.0	42

γ: Peso volumétrico, S_u: Resistencia al esfuerzo cortante,ϕ: Ángulo de fricción interna.



SIMBOLOGÍA:

1: Relleno 2: Arcilla arenosa de consistencia blanda a media 3: Arcilla de consistencia media 4:Arena limosa 5: Limo arenoso de compacidad muy densa 6: Arcilla arenosa de consistencia dura 7: Formación Tarango

SPT : Ensayo de penetración estándar CH: Cross hole S : Apoyo CB : Trabe central SB : Trabe de soporte

Figura 3. Perfil de suelo del sitio de análisis

3.1 Velocidad de onda de cortante

Para estimar la velocidad de onda de cortante, V_s, se utilizaron expresiones sugeridas por diferentes autores, ya que las pruebas de cross hole realizadas fueron insuficientes para caracterizar los depósitos aluviales.

Para estimar la V_s de las arenas y limos se utilizó la fórmula propuesta por Seed *et al.,* 1983.

$$V_s = 61(N_1)_{60}^{0.5} \quad [1]$$

donde $(N_1)_{60}$ es el número de golpes de la prueba de penetración estándar, SPT, corregido por energía y confinamiento.

Para determinar la velocidad de onda de cortante para los depósitos arcillosos, se usó la correlación propuesta por Hara *et al.*, 1974 (Ec. 2). Esta expresión estima el módulo de rigidez al cortante máximo, G_{max}, para a partir de éste, calcular la V_s (i.e. $G_{max}=(\gamma/g)V_s^2$). La ecuación 2 ha mostrado buenos resultados para las arcillas de la Ciudad de México (Romo *et al.*, 2009).

$$G_{\max} = 15500(N_{60})^{0.668} \quad [2]$$

Para estimar la velocidad de onda de cortante para la Formación Tarango se buscó un modelo que describiera mejor la variación de V_s en función del esfuerzo efectivo medio, σ'_m, graficando los datos de las velocidades medidas en los ensayes CH-1 y CH-2 contra el esfuerzo efectivo medio, de donde se obtuvieron las ecuaciones 3 y 4.

$$V_s = 320(\sigma'_m)^{0.08} \quad [3]$$

$$V_s = 320(\sigma'_m)^{0.08} \quad [4]$$

3.2 Ambiente sísmico

Para caracterizar el ambiente sísmico del área de estudio se siguió la siguiente metodología: Inicialmente se revisó si se contaba con estaciones ubicadas en roca o suelo firme, próximas al área de estudio. Estas fueron identificadas como CUMV, TACY y MADI, las cuales registraron el sismo del 19 de septiembre de 1985. Una vez ubicadas las estaciones circundantes al área de estudio se obtuvieron espectros de respuesta de ambas componentes horizontales para cada estación. Cada espectro de respuesta fue normalizado con respecto a la máxima aceleración del terreno, PGA, registrada en cada una de los acelerogramas analizados.

El espectro de respuesta obtenido de la media más una desviación estándar (σ) fue escalado a un PGA igual a 0.06 g. Esta aceleración corresponde al valor medio más una desviación estándar, obtenida mediante la ley de atenuación propuesta por Crouse (1991), para un evento sísmico hipotético de M_w=8.2 con epicentro localizado en zona de subducción de las costas del Pacífico de México. Posteriormente el espectro obtenido según lo ya descrito anteriormente, fue multiplicado por 1.5 para tomar en cuenta la importancia de la estructura,

dado que el paso vehicular elevado analizado se trata de una estructura tipo A, según el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, RCDF. Usando el espectro anterior como un espectro de referencia, se obtuvo un acelerograma sintético, mediante un ajuste espectral en el dominio del tiempo de un sismo semilla, usando la metodología propuesta por Lilhanand y Tseng (1988) y modificada por Abrahamson (1993).

4 MODELO NUMÉRICO

Para estudiar la respuesta sísmica en dirección longitudinal de un paso vehicular elevado que actualmente se construye en la Ciudad de México, se desarrolló un modelo bidimensional de diferencias finitas usando el programa FLAC. Este modelo incluye el campo libre, la cimentación de siete apoyos críticos y la superestructura. Previo al análisis sísmico del sistema suelo-cimentación-estructura, los resultados de la respuesta en campo libre obtenidos con FLAC, se calibraron con aquellos calculados mediante un modelo bidimensional de elemento finito desarrollado con el programa QUAD4M (Hudson et al., 1994) empleando propiedades lineales equivalentes.

4.1 Calibración del modelo de campo libre

En el modelo de diferencias finitas de FLAC se utilizó una malla de 230 m de ancho y altura variable con 850 zonas cuadriláteras (Fig. 4). Esta configuración representa el perfil del subsuelo mostrado en la Figura 3. En QUAD4M se utilizó la misma malla con igual número de elementos. El modelo utilizado para representar la relación esfuerzo-deformación del suelo fue el elastoplástico de Mohr-Coulomb. Se utilizaron fronteras de campo libre en los costados de la malla para minimizar la reflexión de ondas sísmicas. Asimismo, se utilizó una frontera absorbente en la base del modelo. El sismo generado en la sección anterior fue aplicado en el afloramiento de la Formación Tarango y deconvuelto hacia la base del modelo de acuerdo al procedimiento indicado por Mejia y Dawson (2006). Se evaluaron las variaciones espaciales y temporales del movimiento del terreno en campo libre usando QUAD4M, utilizando las curvas de degradación del módulo de rigidez al cortante y las curvas de amortiguamiento propuestas por Vucetic y Dobry (1991), y Seed e Idriss (1970), para calcular las propiedades lineales equivalentes, y poder ser usadas en el modelo de diferencias finitas de FLAC. Las propiedades del suelo consideradas en el modelo de diferencias finitas son las que se presentaron en la Tabla 1. Asimismo, en FLAC, se usó una frecuencia central de 2.8 Hz para establecer el amortiguamiento equivalente tipo Rayleigh a bajas deformaciones del suelo. Este valor corresponde a la frecuencia fundamental del modelo de campo libre de elemento finito, análisis que toma en cuenta la no linealidad del suelo a través de la obtención de las propiedades lineales equivalentes.

4.1.1 Respuesta sísmica

La Figura 5 muestra los espectros de respuesta en la superficie para campo libre, al 5% de amortiguamiento, calculados con FLAC y QUAD4M para seis de los apoyos analizados. Existe una gran similitud entre los resultados obtenidos con ambos modelos, excepto para los apoyos S-1 y S-7, donde el movimiento calculado con QUAD4M se amplifica debido a la reflexión de las ondas sísmicas por su interacción con las fronteras laterales. La aceleración máxima del terreno, igual a 0.18 g, ocurrió en el apoyo S-5, para el resto de los apoyos ésta fue menor, lo cual es consistente con su ubicación (i.e. cercano a los depósitos aluviales más profundos). La máxima aceleración espectral para el apoyo S-5 fue 0.85 g a un periodo de 0.39 s. Para el resto de los apoyos las aceleraciones máximas en el terreno son de 0.13 g a 0.17 g.

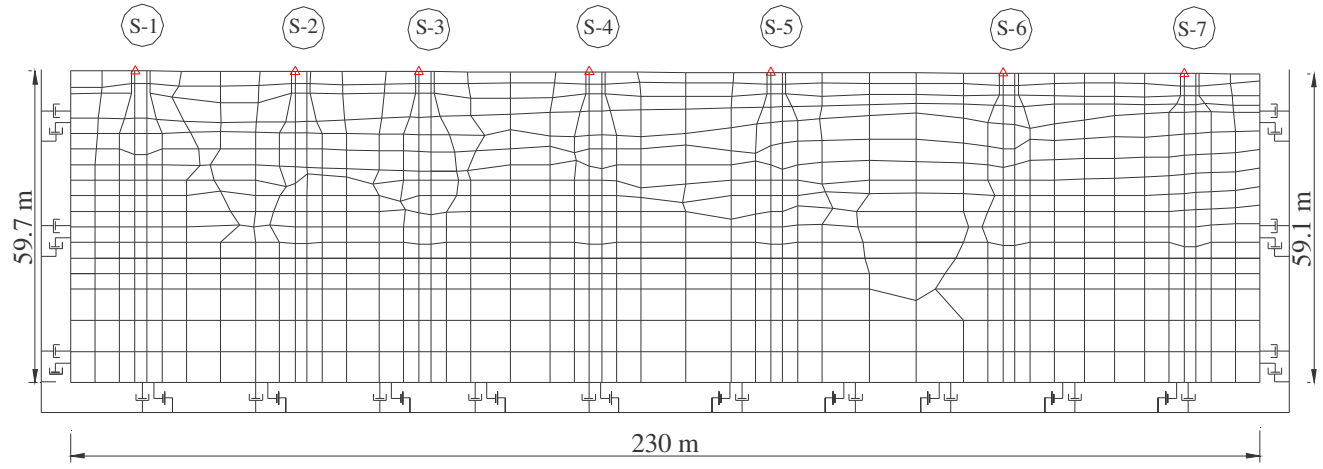


Figura 4. Modelo de campo libre

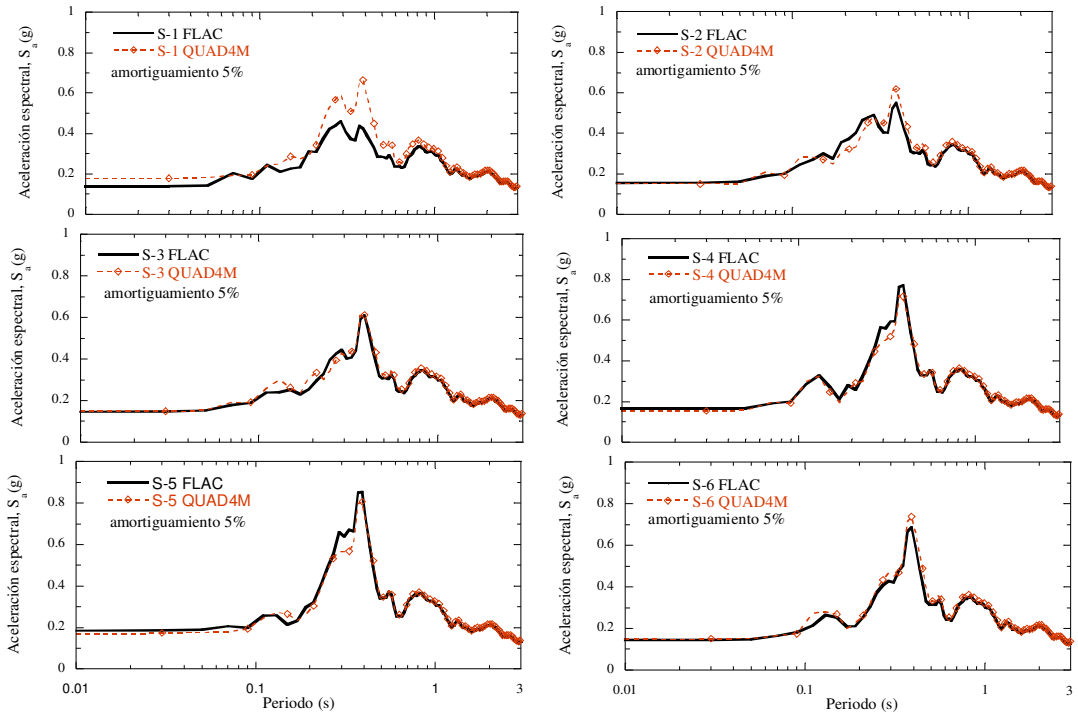


Figura 5. Espectros de respuesta en la superficie en campo libre calculados con FLAC y QUAD4M

4.2 Interacción suelo-cimentación-estructura

Para estudiar la respuesta sísmica en dirección longitudinal del paso elevado, se analizaron siete apoyos, usando un modelo bidimensional de diferencias finitas, acoplado, desarrollado con el programa FLAC.

4.2.1 Modelo del suelo

Las propiedades lineales equivalentes del suelo utilizadas en FLAC, fueron las obtenidas del análisis realizado con QUAD4M. Las propiedades mecánicas del suelo se resumen en la Tabla 1. El comportamiento esfuerzo-deformación del suelo fue representado por la ley constitutiva de Mohr-Coulomb. Las condiciones de frontera de campo libre son las mismas descritas en la sección previa. La frecuencia central utilizada fue de 2.8 Hz para fijar el amortiguamiento equivalente tipo Rayleigh para bajas deformaciones, como se indicó en la sección 4.1.

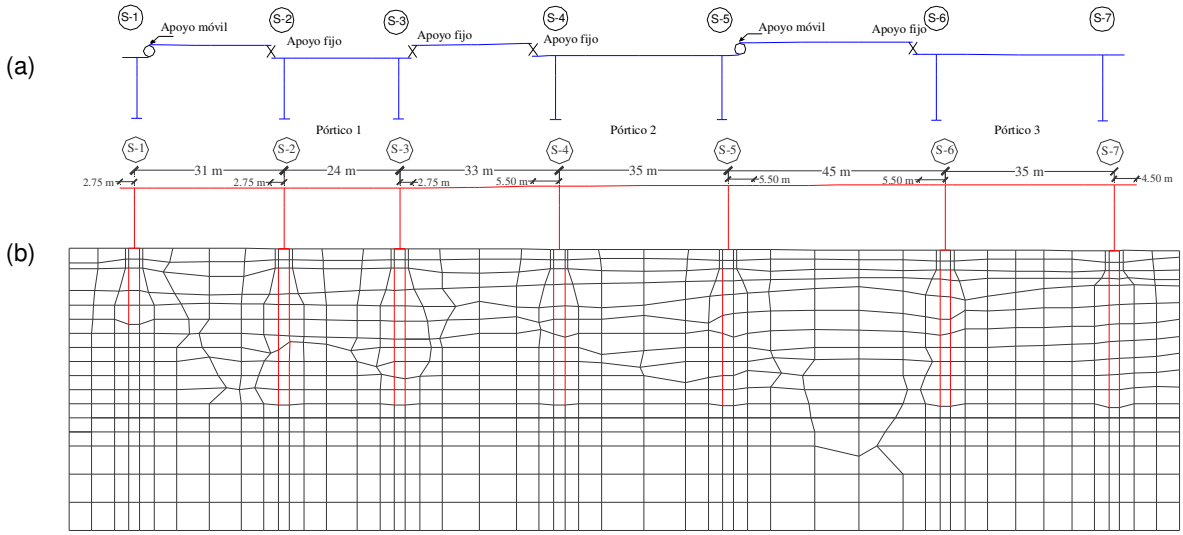


Figura 6. (a) Representación esquemática de la superestructura y (b) modelo de diferencias finitas usado en el análisis acoplado suelo-cimentación-estructura.

4.2.2 Modelo de la subestructura

La zapata de cimentación y el concreto fluido fueron modelados con 42 zonas cuadriláteras. Con respecto a las pilas, se usaron 114 elementos tipo viga con un radio equivalente para colapsar dos pilas en una. Los elementos viga utilizados fueron directamente conectados a los nodos de las zonas que conforman la malla del perfil de suelo.

Dada las condiciones del suelo (i.e. arenas de compacidad media y arcillas de consistencia media a dura) y la presencia de la cimentación masiva, se consideró que las pilas siempre estarían en contacto con éste (i.e. no se presentaría separación entre el suelo y la pila). El peso volumétrico del concreto considerado para las pilas fue de 23.5 kN/m^3. La resistencia a la compresión del concreto de los elementos de la subestructura se indica en la sección 2.

4.2.3 Modelo de la superestructura

Para simular las trabes y columnas del paso vehicular elevado se utilizaron 82 elementos tipo viga. La Figura 6a muestra una representación esquemática de los siete apoyos analizados. La Figura 6b presenta el modelo de diferencias finitas bidimensional usado para representar el sistema suelo-cimentación-estructura en el análisis de interacción. Dado que las columnas son miembros estructurales de alta resistencia con concreto presforzado, se consideró un módulo de Young igual a 31820 MPa, una relación de Poisson de 0.3, un peso volumétrico de 24.5 kN/m^3 y un amortiguamiento del 3%. La estructura fue modelada con un amortiguamiento tipo Rayleigh usando una frecuencia central de 1.5 Hz. Este valor fue seleccionado basado en el periodo fundamental de la estructura considerando base rígida.

4.2.4 Respuesta medida

La Figura 7 muestra los espectros de respuesta calculados en la superficie del terreno, en la cimentación y en la trabe de seis de los apoyos analizados, observándose diferencias de estos dos últimos con respecto al movimiento de campo libre.

De la Figura 7 es importante destacar la diferencia en ordenadas espectrales de los espectros de la cimentación con respecto al campo libre en todos los apoyos excepto para el S-1, éste mismo comportamiento se observó en el apoyo S-7; esto puede explicarse porque en dichos apoyos el suelo resistente donde las pilas están desplantadas, es relativamente superficial (Fig. 3), lo cual induce a amplificaciones menores. En estos casos los efectos de interacción suelo-cimentación-estructura pueden ser obviados; sin embargo, para el resto de los apoyos se puede observar que estos efectos son tanto favorables como perjudiciales para el desempeño global la estructura, como se indica más adelante.

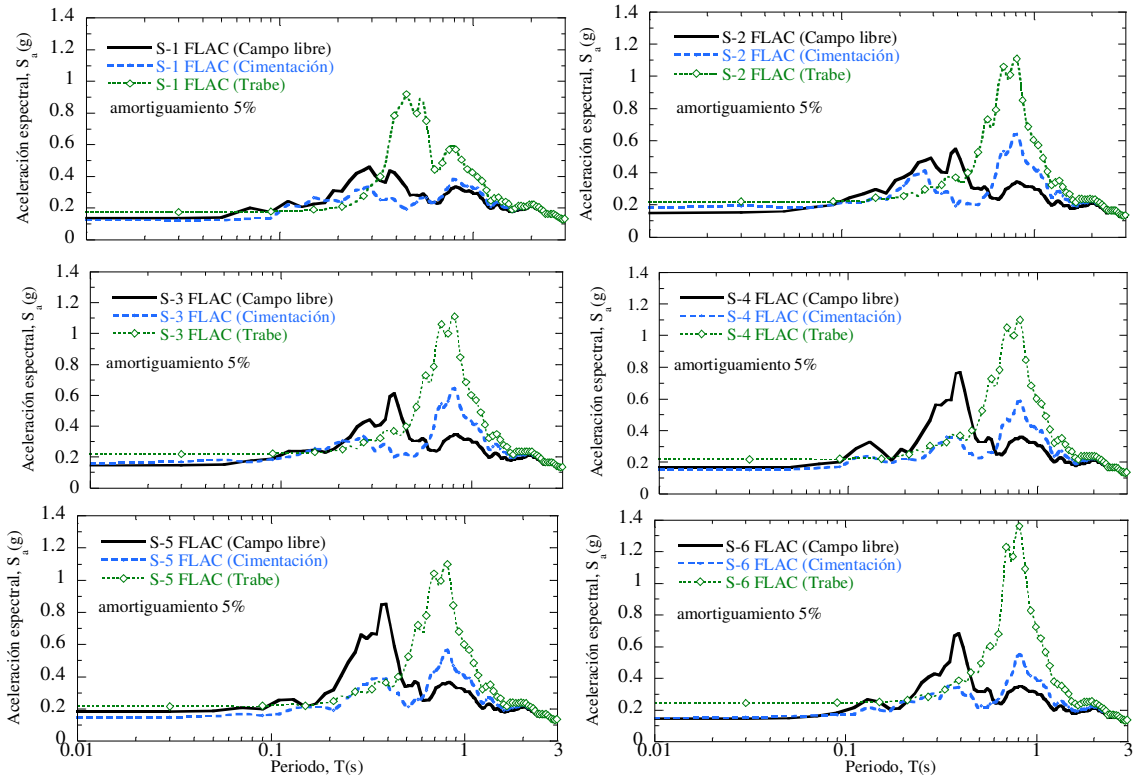


Figura 7. Espectros de respuesta calculados con FLAC del modelo acoplado: en la superficie, la cimentación y en la trabes de cada apoyo.

La aceleración máxima del terreno ocurrió en el apoyo S-5, lo cual es consistente con su ubicación (i.e. cerca de los depósitos aluviales más profundos). La aceleración máxima en la cimentación fue del 6 al 18 % mayor con respecto al campo libre para los apoyos S-2, S-3 y S-6, mientras que para los apoyos S-4 y S-5 fue del 10 al 18% menor. La máxima aceleración espectral en las trabes, ocurre en un periodo de 0.79 s para todos los soportes excepto para el S-1, dado que es un apoyo de frontera del modelo (Fig. 6). El período de la estructura se considera razonable considerando la flexibilidad prevista por los apoyos móviles y fijos.

Se calculó la amplitud espectral del movimiento en la cimentación con respecto a la de campo libre. El factor de amplificación está entre 1.2 y 1.9. Para los apoyos S-2 y S-3 la máxima aceleración espectral es de 0.64 g, y para el apoyo S-4, S-5 y S-6 es de 0.54 a 0.58 g.

Los efectos de interacción suelo-cimentación-estructura incrementan la máxima aceleración espectral de la trabe de 1.8 a 2.5 veces con respecto a la calculada a nivel de la cimentación, para un período de 0.79 s, y de 3 a 4 veces con respecto al campo libre. En particular, la máxima aceleración espectral es de 1.4 g y ocurre en el pórtico 3. Esto coincide con las condiciones más críticas del subsuelo entre los apoyos S-5 y S-6. Por lo tanto, la evaluación de la interacción suelo-cimentación-estructura es esencial durante la etapa de diseño, para evitar subestimar la respuesta sísmica de estructuras lineales. Las Figuras 8 y 9 muestran las historias de desplazamientos calculadas. El desplazamiento relativo longitudinal máximo entre el apoyo S-1 y el pórtico 1 es del orden de 2.3 cm, y de 2.0 cm entre los pórticos 2 y 3. El desplazamiento máximo observado de la superestructura fue de 13 cm.

5 CONCLUSIONES

Basados en el análisis de interacción suelo-cimentación-estructura considerando la variabilidad de los movimientos del terreno, se observaron efectos favorables y desfavorables en la respuesta de la estructura. La aceleración máxima en la cimentación fue del 6 al 18 % mayor con respecto al campo libre para los apoyos S-2, S-3 y S-6, mientras que para los apoyos S-4 y S-5 fue del 10 al 18% menor.

Para el caso en estudio, los apoyos “fijos” ayudan a reducir los movimientos relativos entre los pórticos consecutivos a lo largo de la dirección longitudinal, como se mencionó en el capítulo 2, los cuales son del orden de 2 cm. De acuerdo con la Figura 1, la estructura es capaz de desplazarse libremente este valor (i.e. 2 cm) sin que ocurran daños. Sin embargo, las ménsulas deben ser diseñadas para resistir las fuerzas de cortante en las trabes, generadas durante un evento sísmico, en donde los factores de amplificación pueden ser de 1.8 a 2.5 con respecto a la cimentación, y hasta de 3 a 4 veces con respecto al campo libre para todos los apoyos. La evaluación de la variabilidad de los movimientos del terreno en la respuesta sísmica del paso elevado analizado indica que estos efectos deben ser tomados en cuenta durante el proceso de diseño para evitar fallas catastróficas.

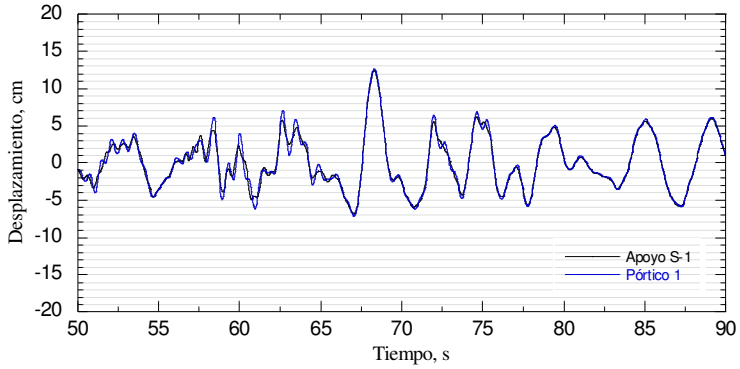


Figura 8. Desplazamientos relativos entre el apoyo 1 y el pórtico 1

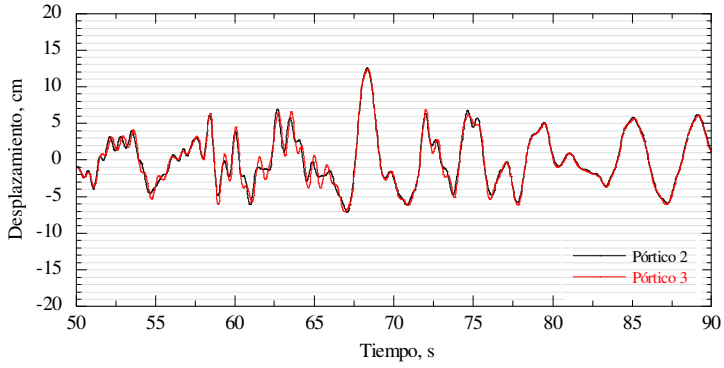


Figura 9. Desplazamientos relativos entre el pórtico 2 y 3

REFERENCIAS

Abrahamson, N. 1993. Non-stationary spectral matching program. Unpublished.

Chouw, N. y Hao, H. 2005. Study of SSI and non-uniform ground motion effect on pounding between bridge girders. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 25:717-728.

Crouse, C.B. 1991. Ground-motion attenuation equations for earthquakes on the Cascadia subduction zone. *Earthquake Spectra*, 7(2).

Hara, A, Ohta, T., Niwa, M., Tanaka, S. y Banno, T. 1974. Shear Modulus and Shear Strength of Cohesive Soils. *Soils and Foundations*, 14 (3).

Hudson, M., Idriss, I.M. y Beikae, M. 1994. *Quad4M User´s manual. A computer program to evaluate the seismic response of soil structures using finite element procedures and incorporating a compliant base.*

Itasca Consulting Group. 2005. *FLAC, Fast Lagrangian Analysis of Continua, User's Guide*. Minneapolis, Minnesota, USA.

Jeremic, B., Jie, G., Preisig, M. y Tafazzoli, N. 2009. Time domain simulation of soil-foundation-structure interaction in non-uniform soils. *Earthquake Engng. Struct. Dyn.*, 38:699-718.

Lilhanand, K. y Tseng, W.S. 1988. Development and application of realistic earthquake time histories compatible with multiple damping response spectra. *Proceedings of the 9th World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo, Japan*, Vol. II: 819-824.

Mejia, L.H. y Dawson E.M. 2006. Earthquake deconvolution for FLAC. *Proceeding of Forth International FLAC Symposium*, Madrid, Spain.

Romo, M.P., Mayoral, J.M., Mendoza, M.J., Osorio, L., Flores, F.A. y Ramírez, J.Z. 2009. Revisión de criterios de diseño geotécnico para la construcción del Viaducto Bicentenario, Estado de México, Tramo 1". Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM para SAASCAEM/Viaducto Bicentenario, S.A. de C.V.

Seed H.B., Idriss I.M. y Arango I. 1983. Evaluation of liquefaction potential using field performance data, *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 109 (3): pp 458-82.

Vucetic, M. y Dobry, R. 1991. Effect of soil plasticity on cyclic response. *Journal of Geotech. Engineering, ASCE*, 114 (1).